Industrielle målemetoder

Odd Arild Olsen



Innhold

Inn	ledning	7
1.1	Historikk	7
1.2	Instrumenteringsteknikk i dag	10
Gru	nnleggende begreper	13
2.1	Måleomformere	13
2.2	Nøyaktighet	18
2.3	Statistisk behandling av målefeil	18
2.4	Kombinerte feilkilder	20
2.5	Statisk nøyaktighet	22
2.6	Dynamiske forhold	33
2.7	Ytre feilkilder	39
Gru	nnleggende måleprinsipper	51
3.1	Måling av resistans	51
3.2	Måling av kapasitans	57
3.3	Måling av lys	60
3.4	Måling av magnetfelt	66
3.5	Måling av radioaktivitet	75
Pos	ision, hastighet og akselerasion	81
4.1	Typiske feilkilder	81
4.2	Vinkel og posisjon	83
4.3	Kontinuerlig posisjonsmåling	84
4.4	Binære posisjonsdetektorer	97
4.5	Hastighet	102
4.6	Akselerasjon	107
4.7	Kapitteltillegg	110
	Inni 1.1 1.2 Gru 2.1 2.2 2.3 2.4 2.5 2.6 2.7 Gru 3.1 3.2 3.3 3.4 3.5 Pos 4.1 4.2 4.3 4.4 4.5 4.6 4.7	Innledning1.1Historikk1.2Instrumenteringsteknikk i dagGrunnleggende begreper2.1Måleomformere2.2Nøyaktighet2.3Statistisk behandling av målefeil2.4Kombinerte feilkilder2.5Statistisk behandling av målefeil2.6Dynamiske forhold2.7Ytre feilkilder2.7Ytre feilkilder3.1Måling av resistans3.2Måling av resistans3.3Måling av lys3.4Måling av magnetfelt3.5Måling av radioaktivitet4.1Typiske feilkilder4.2Vinkel og posisjon4.3Kontinuerlig posisjonsmåling4.4Binære posisjonsdetektorer4.5Hastighet4.6Akselerasjon4.7Kapitteltillegg

5	Ten	nperatur	111
	5.1	Temperaturskalaer	111
	5.2	Kalibrering	112
	5.3	Installasjon	113
	5.4	Følerprinsipper	121
	5.5	Strålingstermometri	137
	5.6	Kapitteltillegg	147
6	Kra	ft og moment	151
	6.1	Kompensasjonsmåling	151
	6.2	Piezoelektrisitet	153
	6.3	Strekklapper	153
	6.4	Braggsensor	160
	6.5	Svingende streng	161
	6.6	Magnetisk elastisitet	164
	6.7	Dreiemoment	164
	6.8	Kapitteltillegg	166
7	Try	kk	171
	7.1	Kalibrering	171
	7.2	Trykkmålere for prosessindustrien	172
	7.3	Noen måleprinsipper	176
8	Niv	å	181
_	8.1	Spesielle forhold	181
	8.2	Avledede målinger i væskebeholdere	183
	8.3	Målemetoder	184
	8.4	Sjikt	198
9	Stro	mning	203
0	9.1	Mediets viktigste egenskaper	203
	9.2	Gassers tetthet	205
	9.3	Strømningsbildet	206
	9.4	Målevariabler	211
	9.5	Trykkfallbaserte målemetoder	212
	9.6	Elektromagnetisk måler	220
	9.7	Ultralvd	222
	9.8	Avslippsvirvler	225
	9.9	Coriolis	227
	9.10) Krysskorrelasjon	228
	9.11	l Frispeilstrømning	230
	9.12	2 Kapitteltillegg	231
10) Tet	thet, viskositet og konsistens	239
- 0	10.1	L Tetthet	239
	10.2	2 Viskositet	243
	10.3	3 Konsistens	246

11 Væskeanalyse	249
11.1 Potensiometriske metoder	249
11.2 pH	252
11.3 Ledningsevne	261
11.4 Måling av oppløst gass	268
11.5 Kapitteltillegg	272
12 Gassanalyse	275
12.1 Fysiske og kjemiske måleprinsipper	275
12.2 Absorpsjonsspektroskopi	283
12.3 Kromatografi	289
13 Fuktighet	293
13.1 Fuktighet i luft	293
13.2 Fuktighet i faste stoffer	299
13.3 Kapitteltillegg	304
14 Optiske målemetoder	307
14.1 Optisk fiber	307
14.2 Optisk fiber som føler	308
14.3 Maskinsyn	312
14.4 Kamerasystemer	314
A Lambert-Beers lov	323
A.1 Dempning av lys	323
A.2 Målefeil	324
A.3 Optimal veilengde	326
B Standardisering	327
B.1 SI-systemet	327
B.2 Internasjonale standardiseringsorganisasjoner	332
C Kilder for figurer og data	333
D Referanser	335
Innhold	341
Stikkordliste	345



Figur 2.15 – Repeterbarheten i en måleomformer finnes på grunnlag av mange kalibreringssykler.

Eksempel 2.5: Et målesignal representeres med 12 bit. Oppløsningen er 1/4096 over hele området. Lineariseringen er en kvadratrotfunksjon, og lineariseringsenhetens utgangsverdi representeres også med 12 bit. Da er $y = 64\sqrt{x}$. I nedre ende av skalaen endrer utgangsverdien y seg fra 0 til 64 når inngangsverdien x går fra 0 til 1. I øvre ende av skalaen endrer y seg fra 4094 til 4095 for en endring i x fra 4092 til 4094. Oppløsningen i nedre ende er derfor 64/4096 = 1,6%. I øvre ende er oppløsningen 1/4096 = 0,02%.

En måleomformers oppløsning er vanligvis bedre enn instrumentets nøyaktighet. Dette er det viktig å være klar over, for oppløsningen forekommer ofte som en viktig egenskap i salgsmateriell. Det går mange historier om instrumenter som har mye bedre oppløsning enn nøyaktigheten tilsvarer. For mange siffer kan være produsentens ansvar, men det forekommer også at kunden ønsker seg for mye. Et viktig problem med for god oppløsning er at operatører blir stresset fordi de aldri klarer å oppnå riktig resultat eller å følge med i de raskt varierende sistesifrene.

2.5.7 Repeterbarhet og reproduserbarhet

Repeterbarheten bestemmes ved å la måleomformeren gjennomgå en rekke kalibreringssykluser over hele måleområdet. Repeterbarheten er omfanget av kurvenes spredning i det punktet hvor spredningen er størst. Repeterbarheten skal ikke innbefatte hysterese, og derfor bestemmes repeterbarheten fra kurveskaren for enten fallende eller økende måleverdi. Kalibreringene skal gjøres under samme driftsbetingelser og over så kort tid at langtidsdrift i omformeren ikke er merkbar. Repeterbarhet angis ofte som prosent av måleomfanget. Reproduserbarhet ligner på repeterbarhet, men intervallet mellom kalibreringssyklusene skal være så langt at langtidsdriften kommer fram. Ofte er omformeren også i bruk mellom kalibreringene. Reproduserbarhet angis gjerne som prosent av måleomfanget over en viss tid, for eksempel én måned. Kunnskap om reproduserbarhet er viktig for planlegging av vedlikeholdsrutiner.

2.5.8 Aldring

Alle måleomformere er utsatt for drift over tid. Driften gjelder generelt alle parametre i omformeren, men ofte er det nullpunktsdrift som dominerer. I elektroniske komponenter er aldringen gjerne forårsaket av utjevning av mekaniske spenninger fra produksjonsprosessen, diffusjon av stoffer inn, ut eller internt i komponentene, overoppheting og påvirkning fra driftsforholdene. Mekaniske komponenter aldres ved slitasje, tilsmussing, uttørking av lagre og endringer i indre mekaniske spenninger.

Aldring skjer som regel raskest når omformeren er ny. Produsenten kan utføre en akselerert aldringsprosess ved å utsette omformeren for varierende målevariabler og driftsforhold slik at den «går seg til». Kunstig aldring kan også fremprovosere feil som ellers først ville bli oppdaget i bruk.

2.5.9 Justering av karakteristikk

Bruk av avvik mellom referanse- og kalibreringskarakteristikk er mest aktuell for laboratoriebruk. I instrumenteringssystemer er det mer praktisk å justere måleomformerens karakteristikk slik at den passer med det vi ønsker. Dermed slipper vi omveien om kalibreringstabeller. Like viktig er det at måleomformere finnes i et begrenset utvalg når det gjelder målegrensene. De er laget for at brukeren selv skal justere dem for å passe med aktuelt behov.

Omformere kan tilpasses ønsket karakteristikk ved å justere nullpunkt og måleomfang. Ønsket karakteristikk kan vi fremdeles kalle referansekarakteristikk. Den velges slik at 0–100% av målevariabelens område tilpasses 0–100% av et standard målesignal. Et mye brukt standard signalområde er 4 til 20 mA, hvor 4 mA tilsvarer nedre og 20 mA øvre målegrense.

På samme måte som for kalibrering kan vi benytte forskjellige kriterier for hvordan karakteristikken skal tilpasses referansekarakteristikken. Den mest brukte er kanskje endepunktsjustert, hvor omformeren justeres i de to endepunktene. For mange omformere er nullpunktsfeilen den dominerende, og derfor kan ofte vedlikeholdsjustering begrenses til å justere nullpunktet. I mange produksjonsprosesser er målet å holde de forskjellige tilstandene



Figur 2.16 – En måleomformers totale feil består gjerne av en nullpunktsfeil og en omfangs- eller forsterkningsfeil. Omformerens karakteristikk justeres slik at disse to feilene fjernes.

stabile ved et arbeidspunkt som kan være det samme år ut og år inn. Da er det også nullpunktsfeilen som er viktig. Nullpunktet bør justeres ved normale arbeidsbetingelser.

Omformere kan også justeres slik at vi får best tilpasning og minimaliserer den maksimale feilen. Men det er upraktisk fordi det krever kalibrering i mange punkter over området.

Justeringsprosedyre for nullpunkt og måleomfang

Sammenhengen mellom inn- og utgangsverdien for et lineært element kan beskrives som:

$$y = ax + b$$
 eller $y = a(x + b)$ (2.14)

hvor a er forsterkningen og b nullpunktet. Den venstre formen er å foretrekke fordi justering av måleomfanget a og nullpunkt b er uavhengig.

Uten en klar plan kan innjusteringen ta lang tid. Endepunktsbasert justering kan kreve mange gjentatte kalibreringer ved øvre og nedre målegrense. En rasjonell fremgangsmåte er derfor viktig. I det følgende skal vi utvikle en god metode for omformere som følger den venstre varianten av ligning 2.14.

I utgangspunktet har vi en kalibrerings- og referansekarakteristikk som vist til venstre i figur 2.17. Omformeren har både nullpunkts- og omfangsfeil.



Figur 2.17 – Innjustering av karakteristikk mot referansekarakteristikk. Referansekarakteristikken er tegnet med tynn strek.

Vi begynner justeringen ved nedre grenseverdi og justerer nullpunktet til riktig verdi.

Vi har da situasjonen i midtre figur. Oppgaven er nå å justere forsterkningen slik at omfanget blir korrekt. Vi kan ikke bare øke forsterkningen til øvre grense stemmer med referansen fordi forsterkningsjusteringen svinger karakteristikken om punktet (x_1 ,0). Derfor flyttes også nullpunktet ved x_0 . Neste trekk er derfor å øke målevariabelen til øvre målegrense og avlese målesignalet y_1 . Videre skal vi beregne det punktet y_2 målesignalet skal justeres til ved øvre ende, slik at de to karakteristikkenes helninger blir like. Vi har fra midterste diagram i figuren:

$$\frac{y_r - y_0}{x_m - x_0} = \frac{y_1}{x_m - x_1} \quad \text{og} \quad \frac{y_1}{x_m - x_1} = \frac{y_1 - y_0}{x_m - x_0}$$
(2.15)

Ligningene kombineres, og vi kommer fram til resultatet:

$$y_2 = y_1 \frac{y_r - y_0}{y_1 - y_0} \tag{2.16}$$

Forsterkningen justeres slik at målesignalet tilsvarer y_2 ved øvre målegrense. Situasjonen er nå som den høyre tegningen i figuren. Målevariabelen innstilles til nedre målegrense igjen, og nullpunktet justeres på nytt. I teorien er nå kalibreringen ferdig, men det er fornuftig å gå igjennom prosedyren en gang til for å finjustere.

Eksempel 2.6: En trykkomformer skal justeres til utgangssignalområdet $y_0 = 4$ til $y_r = 20 \text{ mA}$ for måleområdet $x_0 = 2$ til $x_m = 10 \text{ bar}$. Først stilles trykket til 2 bar, og omformerens nullpunkt justeres slik at målesignalet blir 4 mA.

Deretter økes trykket til 10 bar. Avlest verdi er nå $y_1 = 22 \text{ mA}$. Nå kan vi beregne hva utgangsverdien skal justeres til:

$$y_2 = y_1 \frac{y_r - y_0}{y_1 - y_0} = 22 \frac{20 - 4}{22 - 4} = 19,56 \,\mathrm{mA}$$

Forsterkningen justeres nå slik at målesignalet antar denne verdien. Deretter senkes trykket til 2 bar igjen. Nå justeres nullpunktet til målesignalet igjen er 4 mA. Kalibreringen er ferdig.

Noen ganger gir produsenten råd om hvordan måleomformeren greiest justeres. Ofte anbefales en enklere utgave enn ligning 2.16. Den kommer vi fram til ved å utvikle ligningen som en taylorrekke omkring øvre målegrense. Vi tar med bare to ledd og får:

$$y_{2} \approx y_{r} + \frac{d}{dy_{1}} \left(\frac{y_{1}(y_{r} - y_{0})}{y_{1} - y_{0}} \right) \Big|_{y_{1} = y_{r}} (y_{r} - y_{0})$$
(2.17)

$$= y_r + \frac{-y_0(y_r - y_0)}{(y_1 - y_r)^2} \bigg|_{y_1 = y_r} = y_r + \frac{y_0(y_r - y_1)}{y_r - y_0}$$

Standard strømsignal har $y_0 = 4$ og $y_r = 20$ mA. Den tilnærmede formelen som gjelder for 4-20 mA-signaler, er enkel å huske: $y_2 = 25 - y_1/4$.

Eksempel 2.7: Vi benytter samme verdier som i forrige eksempel og beregner y_2 med den tilnærmede metoden: $y_2 = 25 - 22/4 = 19,5$ mA. Altså bare et lite avvik fra det den eksakte utgaven av formelen ga.

Programbasert justering

I stedet for å justere måleomformeren slik at den gir riktig målesignal, kan målesignalet skaleres i et program i etterfølgende signalbehandling. Noen omformere inneholder også en mikroprosessor som kan utføre skaleringen internt. I begge tilfeller er prinsippet at målesignalet skaleres med to konstanter α og β slik at resultatet blir:

$$z = \alpha y + \beta \tag{2.18}$$

Også ved programbasert justering må omformeren kalibreres med to verdier av målevariabelen, men disse to punktene trenger ikke å være ved øvre og nedre målegrense. Det kan være en stor praktisk fordel. La oss anta at vi kalibrerer ved de to målepunktene x_1 og x_2 . De tilhørende målesignalene er y_1 og y_2 . Vi kjenner de korrekte målesignalene z_1 og z_2 , de er gitt av x_1 og x_2 . Vi får to ligninger med to ukjente:

$$w_1 = \alpha y_1 + \beta$$
 og $w_2 = \alpha y_2 + \beta$ (2.19)

De to parametrene α og β løses ut av ligningene, og vi får:

$$\alpha = \frac{z_1 - z_2}{y_1 - y_2} \qquad \beta = z_1 - y_1 \alpha \tag{2.20}$$

Eksempel 2.8: Vi har en måleomformer med måleområdet 2 til 10 bar. Den gir målesignalet $y_1 = 5 \text{ mA ved } x_1 = 2 \text{ bar og } y_2 = 18 \text{ mA ved } x_2 = 10 \text{ bar. Riktige utgangssignaler er } z_1 = 6 \text{ mbar og } z_2 = 16 \text{ mA. Parametrene i den etterfølgende skaleringen blir } \alpha = (6 - 16)/(5 - 18) = 0,77 \text{ og } \beta = 6 - 5 \cdot 0,77 = 2,15.$

For måleomformere som har mulighet for programbasert justering, legges vanligvis de beregnede parametrene inn ved hjelp av en tilkoblet håndterminal. Datanettilkoblede omformere programmeres via datanettet. Mange omformere beregner selv parametrene når de får oppgitt de to x/z-parene.

2.6 Dynamiske forhold

Begrepet statisk nøyaktighet brukes for å angi de feilene en måleomformer har når inngangssignalet har vært konstant over så lang tid at målesignalet har nådd en stabil verdi. Dynamisk nøyaktighet angir de feilene omformeren har når målevariabelen varierer for raskt til at omformeren når stabilt nivå. Dynamisk feil oppstår også i transientperioden etter at målevariabelen har endret seg fra en stabil verdi til en annen. De dynamiske feilene er neglisjerbare hvis måleomformeren reagerer mye raskere enn målevariabelen endrer seg. Dynamiske feil dominerer dersom omformeren er treg i forhold til målevariabelens hastighet. En omformers dynamiske feil er altså avhengig av hvordan målevariabelen forløper. Derfor er det nødvendig å angi hvordan målevariabelen varierer når dynamisk nøyaktighet skal spesifiseres.

Dynamiske feil beskrevet i tidsplanet

Det er vanlig å endre målevariabelen som et sprang for å spesifisere dynamisk feil i tidsplanet. Med sprang mener vi at signalet brått endres fra en konstant verdi til en annen konstant verdi. En sprangrespons får vi ved å



Figur 3.1 – Firelederkobling for måling av resistans for å unngå feil forårsaket av lange ledninger. r representerer ledningsmotstand.



Figur 3.2 – Helbro for måling av impedans.

Spenningen måles direkte over komponenten for å unngå feil. Voltmetre har høy inngangsimpedans og forårsaker ikke noe spenningsfall i voltmeterets ledninger. I instrumenteringssammenheng bruker vi begrepet *firelederkobling* for dette måleprinsippet.

Firelederkoblingen forutsetter at motstanden som skal måles, drives av en konstant strømkilde. Spenningen som måles er U = RI, og motstanden er derfor en konstant multiplisert med målt spenning. Det er selvfølgelig mulig å bruke en spenningskilde, men da må den resulterende strømmen også måles og R = U/I beregnes.

3.1.2 Målebroer

Målebroer er en sammenlignende målemetode som tillater nøyaktig måling av små impedansforskjeller. I det følgende behandles resistive broer, det vil si at impedans er erstattet med resistans. En mer generell fremstilling fås ved å erstatte alle motstander, R, i uttrykkene under med impedans, Z.

Målebroen består av fire motstander, se figur 3.2. Den spesielle tegnemåten gjør det lett å kjenne igjen målebroer i skjemategninger. Målebroen forsynes med spenning, og mellom midtpunktene i de to parallelle grenene måler vi en avviksspenning U_0 . For målebroen gjelder:

$$U_0 = \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{R_4}{R_3 + R_4}\right) U \tag{3.1}$$

Målebroen er i balanse når avviksspenningen er null. Betingelsen for balanse finnes ved å sette $U_0 = 0$ og ordne uttrykket:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{R_4}{R_3} \tag{3.2}$$

Dette forholdet forteller oss:

– Balanse oppnås når forholdet mellom resistansene i venstre gren er lik forholdet i høyre gren.

- Balansepunktet er uavhengig av forsyningsspenningen U.

– Resistansene i venstre og høyre gren kan være ulike. En gren kan gjerne bestå av to $100 \,\Omega$ motstander og den andre av to $100 \,k\Omega$ motstander.

– Forholdet mellom de to resistansene i hver gren kan være vilkårlig, og derfor kan nedre motstander gjerne være 100Ω mens de øvre er $100 k\Omega$.

Det er to måter å bruke en målebro på:

– Justere en kalibrert motstand i broen slik at broen balanserer. Ukjent motstands verdi er da en funksjon av den justerte motstandens resistans.

– La målebroen leve sitt eget liv og bruke avviksspenningen som utgangssignal. Den første metoden brukes i manuelt betjente laboratorieinstrumenter. I instrumenteringsteknikken brukes broer hvor én eller flere av motstandene påvirkes av tilstanden som skal måles. I denne situasjonen fungerer avvikssignalet som målesignal, og derfor må vi skaffe oss en oversikt over hvordan utgangssignalet avhenger av endringer i de fire motstandenes resistans.

Broens følsomhet

Utgangssignalets følsomhet for endringer i hver av de fire motstandene utleder vi ved å partiellderivere utgangssignalet med hensyn på hver av motstandene. I det følgende antar vi at nominell verdi for alle motstandene er den samme. Det er som regel tilfelle.

$$\frac{\partial U_0}{\partial R_1} = -\frac{R_2}{(R_1 + R_2)^2} U \qquad \frac{\partial U_0}{\partial R_2} = \frac{R_1}{(R_1 + R_2)^2} U$$
(3.3)

$$\frac{\partial U_0}{\partial R_3} = \frac{R_4}{(R_3 + R_4)^2} U \qquad \frac{\partial U_0}{\partial R_4} = -\frac{R_3}{(R_3 + R_4)^2} U$$
(3.4)

Samlet bidrag til utgangssignalet får vi ved å multiplisere hvert av leddene over med avviket i sin tilhørende motstand og summere leddene:

$$\Delta U_0 = -\frac{\partial U_0}{\partial R_1} \Delta R_1 + \frac{\partial U_0}{\partial R_2} \Delta R_2 + \frac{\partial U_0}{\partial R_3} \Delta R_3 - \frac{\partial U_0}{\partial R_4} \Delta R_4$$
(3.5)

Avsnitt 3.1

Videre setter vi inn uttrykkene for de partiellderiverte og dividerer med *U*:

$$\frac{\Delta U_0}{U} = -\frac{R_2}{(R_1 + R_2)^2} \Delta R_1 + \frac{R_1}{(R_1 + R_2)^2} \Delta R_2 + \frac{R_4}{(R_3 + R_4)^2} \Delta R_3 - \frac{R_3}{(R_3 + R_4)^2} \Delta R_4$$
(3.6)

Ligningen ordnes og skrives:

$$\frac{\Delta U_0}{U} = \frac{R_3 \Delta R_4 - R_4 \Delta R_3}{(R_3 + R_4)^2} - \frac{R_2 \Delta R_1 - R_1 \Delta R_2}{(R_1 + R_2)^2}$$
(3.7)

Av resultatet ser vi at:

– Utgangsspenningen ikke påvirkes hvis alle motstandene endrer seg like mye. Dette er en viktig egenskap som kan utnyttes til å kansellere uønskede påvirkninger av motstandene. Et eksempel er at resistansene i en kraftmålebro er temperaturavhengige. Når temperaturfølsomhetene i alle motstandene er like, blir broen ufølsom for temperatur.

– Utgangssignalet blir maksimalt når R_1 og R_4 endres i motsatt retning av R_2 og R_3 . Da bidrar alle med samme retning i utgangssignalet. I en kraftmålebro med fire kraftfølsomme motstander plasseres derfor motstandene slik at resistansen i det ene diagonale paret øker mens det avtar i det andre paret, når kraften øker.

- Når alle endrer seg like mye og R_1 , R_4 endrer seg i motsatt retning av R_2 , R_3 , blir utgangssignalet $U_0/U = \Delta R/R$. To av resistansene øker like mye som to andre avtar, og derfor blir nevneren konstant og målebroen lineær. - Utgangsignalets følsomhet avhenger av broens forsyningsspenning. Forsyningsspenningen kan velges fritt innen visse grenser, og broers følsomhet oppgis derfor normalisert som $\Delta U_0/U$, eksempelvis mVV⁻¹ og mV bar⁻¹.

Det ble tidligere nevnt at forholdet mellom resistansene i øvre og nedre halvdel av målebroen ikke nødvendigvis er 1:1. Vi kan finne ut hva som skjer dersom forholdet er en vilkårlig størrelse $k = R_1/R_2$. Her er det nok å se på én av de partiellderiverte over for å få fram det prinsipielle. Vi velger den som gjelder for R_2 :

$$\frac{\partial U_0}{\partial R_2} = \frac{R_1}{(R_1 + R_2)^2} U = \frac{U}{R_2} \frac{R_1/R_2}{(1 + R_1/R_2)^2} = \frac{U}{R_1} \frac{k}{(1 + k)^2}$$
(3.8)

Den siste oppstillingen viser at følsomheten er størst, 1/4, når k = 1. Tilsvarende gjelder for de andre motstandene. Det er som regel viktig å få størst mulig følsomhet i en målebro, og da velges alle motstandene like store. Effektiv kansellering av uønskede påvirkninger er også enklest å få til når alle er like. Målebroer med $k \neq 1$ er derfor sjeldne.





Figur 3.3 – Trelederkobling.

Figur 3.4 – Sekslederkobling.

I mange målesituasjoner er det bare én av motstandene som påvirkes av målt tilstand. Vi kan velge R2 som den påvirkede og får:

$$\frac{\Delta U_0}{U} = \frac{\partial U_0}{\partial R_2} \Delta R_2 = \frac{R_1}{(R_1 + R_2)^2} \Delta R_2$$
(3.9)

Når nominelle verdier for R_2 og R_1 er like, blir resultatet:

$$\frac{\Delta U_0}{U} = \frac{\Delta R_2}{4R_2} \tag{3.10}$$

Også denne målebroen er kvasilineær når $\Delta R_2 \ll R_2$, men utgangssignalet er bare en firedel av en bro med fire aktive motstander.

Trelederkobling

Målebroer brukes ofte til å måle temperatur. Da er primærelementet en motstand hvis resistans er en funksjon av temperaturen. Den kobles inn som en av broens motstander. Avstanden mellom målebroen og føleren kan bli lang og medfører at ledningsmotstanden blir en viktig feilkilde. I slike tilfeller brukes gjerne en trelederkobling som vist i figur 3.3. I trelederkoblingen er den ene følerledningen i serie med øvre motstand R_1 , mens den andre er i serie med føleren. Balansen i broen er derfor upåvirket av ledningsmotstanden så lenge de to ledningene har lik resistans. Siden nevneren i ligning 3.10 nå øker mens telleren er den samme, blir broens følsomhet redusert.

Sekslederkobling

Noen ganger plasseres hele målebroen et stykke fra etterfølgende måleforsterker. Spenningsfall i ledningene fører til at broens forsyningsspenning reduseres og dermed også broens utgangssignal. Sekslederkoblingen i figur 3.4



Figur 3.5 – Brospenningen brukes også som referanse til A/D-omsetter.

løser dette problemet. Her måles både avviksspenningen og broens virkelige forsyningsspenning. Strømmen er så liten i spenningsmålingsledningene at spenningsfallene i dem er neglisjerbare. Målesignalet fremkommer ved å dividere avvikssignalet U_0 med målt brospenning U_m .

Strømdrevet bro

Et alternativ til sekslederkoblingen er å forsyne broen med konstant strøm i stedet for spenning. I en symmetrisk bro fordeler strømmen seg likt i de to grenene. Avviksspenningen blir da:

$$U_0 = \frac{I}{2} \left(R + \Delta R - (R - \Delta R) \right) = I \Delta R \tag{3.11}$$

Nå påvirker ikke spenningsfall i forsyningsledningene til broen brospenningen. Fordelene med denne løsningen er at den trenger bare fire ledninger til måleforsterkeren, og at måleforsterkeren blir enklere fordi den ikke utfører divisjonen U_0/U_m .

Broforsterker

Målebroer etterfølges av en måleforsterker. Vanligvis brukes instrumenteringsforsterkere. De forsterker differansen mellom to inngangssignaler som flyter i forhold til nullpunktet, og det er jo nettopp det vi er ute etter. Etter forsterkeren kan det være en A/D-omsetter med N_{max} bit oppløsning, se figur 3.5. Dersom vi bruker brospenningen som omsetterens referanse, blir den digitale utgangsverdien:

$$N = \frac{AU_0}{U_{\text{ref}}} N_{\text{max}} = \frac{AU\Delta R}{RU} N_{\text{max}} = \frac{\Delta R}{R} A N_{\text{max}}$$
(3.12)

Broens forsyningsspenning faller ut av ligningen, og litt variasjon i den påvirker ikke målingen.



Figur 3.6 – En ladningsforsterker brukt til å måle kapasitans. Utgangsspenningen er lik inngangsspenningen multiplisert med forholdet mellom kapasitansene.



Figur 3.7 – En målebro for måling av kapasitans. Utgangsspenningen er proporsjonal med forholdet mellom kapasitansene i C_x og C_f .

3.2 Måling av kapasitans

Kondensatorers admittans og impedans er:

$$Y = G + j\omega C, \quad Z = \frac{R}{j\omega RC + 1} \stackrel{R \to \infty}{=} \frac{1}{j\omega C} \quad \phi = \arctan\left(\frac{R}{\omega C}\right)$$
(3.13)

Her er *G* ledningsevnen, R = 1/G resistansen gjennom kondensatoren, *Y* admittansen og *Z* impedansen. Impedansens realdel forsvinner når kondensatorens ledningsevne går mot null. Realdelen fører til en fasedreining mellom spenning og strøm. Den går mot 90° ved frekvenser en del større enn $w_c = 1/\tau$. Tidskonstanten τ er produktet av *R* og *C*. Kondensatorens ladning er Q = CU hvor *U* er spenningen over kondensatoren.

Figur 3.6 viser en enkel måte å måle kapasitans på. Dette er en ladningsforsterker hvor strømmene gjennom den ukjente kondensatoren C_x og tilbakekoblingskondensatoren C_f er like. Forsterkningen blir derfor:

$$A = \frac{u_0}{u_s} = \frac{1/j\omega C_f}{1/j\omega C_x} = \frac{C_x}{C_f}$$
(3.14)

Tilbakekoblingsmotstanden R_f er antatt så stor at den ikke bidrar noe, det vil si at tidskonstanten $R_f C_f$ ligger langt over frekvensen til u_s . Formålet med motstanden er å gi en likestrømstilbakekobling rundt operasjonsforsterkeren for å holde nullpunktet på plass. Denne metoden egner seg bare for relativt store kapasitansverdier.



Figur 4.19 – Transmisjon. Venstre graf viser forsterkningsmargin som funksjon av avstand mellom kilde og mottager. Til høyre deteksjonsgrensen som funksjon av avstand og hvor mye kilden bommer på mottageren.



Figur 4.20 – Refleksjon. Venstre graf viser forsterkningsmargin som funksjon av avstand og refleksens størrelse. Til høyre deteksjonsgrensen for de tre refleksene som funksjon av avstand og hvor godt lyskilden treffer refleksen.

4.5 Hastighet

4.5.1 Reluktansmodulasjon

I en magnetisk krets med luftgap, for eksempel en hesteskomagnet, er fluksen bestemt av magnetens styrke dividert med luftgapets reluktans. Reluktansen avtar hvis vi fører et ferromagnetisk objekt mot luftgapet. Vi modulerer altså reluktansen ved å flytte objektet. I figur 4.21 moduleres reluktansen når utvekstene på hjulet fyker forbi. Endringene i reluktansen fører til endringer i fluksen. I spolen som er viklet rundt magnetpolene, er indusert spenning $U = kd\Phi/dt$, hvor k er en konstant, Φ fluks og t tid. Ligningen viser at indusert spenning øker med feltets endringshastighet og retning. Ved høye hastigheter er indusert spenning høy og nær null når hjulet nesten står stille.

Målemetoden er enkel og robust og brukes for eksempel for å måle hjulhastighet i låsefrie bremsesystemer og maskiner hvor tannhjulstenner kan gi gode signaler. En *pickup* for elektriske gitarer inneholder en spoleomviklet



Figur 4.22 – Likespenningstakometer med kommutatorer.

Figur 4.21 – Hastighetsmåler basert på reluktansmodulasjon.



Figur 4.23 – Vekselspenningstakometer.

magnet, og de svingende stålstrengene modulerer reluktansen.

4.5.2 Likespenningstakometre

Rotasjonshastighetsmålere kalles gjerne *takometre*. Likespenningstakometre har likespenningsutgangssignal og finnes med og uten børster:

Med børster: Takometre med børster har permanentmagnetisk stator og en spole i det roterende ankeret. Indusert spenning i ankerspolen øker med rotasjonshastigheten (igjen fordi fluksendringene skjer fortere). Strømmen fra ankeret føres ut av generatoren over kommutatorer og børster. Kommutatoren virker som en synkron demodulator, og fra den kommer en likespenning proporsjonal med hastigheten og med fortegn gitt av rotasjonsretningen. Børster og kommutator kan gi opphav til en del målestøy, særlig når børstene med tiden blir slitt.

Denne generatortypen er helt lik en vanlig likestrømsmotor og prinsippet kan benyttes for å måle hastigheten på en likestrømsmotor. Spenningen målt over motorens tilkoblingsklemmer, U, er summen av spenningsfallet over motorens indre resistans, R, og indusert takospenning U_t : $U = U_t + RI \rightarrow$ $U_t = U - RI$. Takospenningen U_t , og dermed hastigheten, kan altså beregnes



Figur 4.24 – Drag-cup vekselspenningstakometer.

når motorstrømmen og den indre resistansen er kjent. Målenøyaktigheten er selvfølgelig avhengig av hvor nøyaktig vi kjenner disse. De kan også variere over tid og under ulike driftsforhold.

Børsteløse: I børsteløse likespenningstakometre er permanentmagneten plassert i ankeret og spolen i statoren. Den induserte vekselspenningen må nå likerettes med dioder – de utfører ikke synkron demodulasjon. Derfor er utgangssignalets polaritet den samme uansett rotasjonshastighet. Utgansspenningen er proporsjonal med hastigheten, bortsett fra ved lave hastigheter der spenningen er lavere enn diodenes terskelspenning.

4.5.3 Vekselspenningstakometre

En børsteløs takogenerator med permanentmagnet, men uten likeretter, gir vekselspenningsutgang med frekvens og amplitude proporsjonal med hastigheten, men dette signalet inneholder heller ikke informasjon om dreieretning. En trefaseviklet stator gir også spenning og frekvens proporsjonal med hastigheten. Faserekkefølgen kan brukes til å bestemme dreieretningen. En annen fordel med trefasegeneratorer er at rippel etter likeretting er liten.

Drag-cup er et robust og driftssikkert prinsipp for vekselpenningsgeneratorer. Slike takogeneratorer har også lite treghetsmoment, og utgangsfrekvensen er konstant med fase avhengig av rotasjonsretningen. Amplituden er proporsjonal med hastigheten, men lineariteten kan være noe dårligere enn for de andre typene. Drag-cup-generatorer har to statorviklinger som står 90° på hverandre. Den ene viklingen eksiteres med en vekselspenning, mens indusert spenning i den andre statoren er målesignalet. Ankeret er en koppformet metallsylinder. Når ankeret står stille, induseres det ingen spenning i måleviklingen. Mens ankeret går rundt, blir det indusert spenninger i den som fører til at feltet skjevstilles, og det oppstår en komponent som induserer spenning i målestatoren. Skjevstillingen øker med hastigheten og gir økende indusert spenning. Fasen i forhold til eksitasjonsspenningen avhenger av rotasjonsretningen. En synkron demodulator kan derfor gjenvinne retningsinformasjonen.

4.5.4 Pulstakometre

Pulser fra for eksempel en inkrementell kodeskive inneholder informasjon om rotasjonshastighet. Antall talte pulser i løpet av en gitt tid gir et direkte uttrykk for middelhastigheten i telleintervallet. Oppløsningen er gitt av hvor mange pulser det telles over, så telletiden bør være lengst mulig i forhold til pulsfrekvensen. Ved lave hastigheter er ikke denne målemetoden brukbar.

Eksempel 4.7: Vi har en kodeskive med 100 segmenter. Ved en hastighet på 1 omdreining per sekund får vi en oppløsning på 1:100 dersom opptellingstiden er 1 s. Er hastigheten derimot 100 omdreininger per sekund, blir oppløsningen 1:10 000.

I stedet for å måle pulser per tidsenhet kan vi måle tiden mellom hver puls. Tiden kan måles ved å telle pulser fra en høyfrekvent oscillator i løpet av tidsintervallet. Denne metoden har en invers funksjon, og pulsantallet og oppløsningen minker med økende hastighet. Metoden gir hastighetsmål med høy tastefrekvens mange ganger per omdreining og egner seg der det er viktig med rask måling i forhold til rotasjonshastighet.

Eksempel 4.8: Med samme kodeskive og hastigheten 1 o/s er pulsavstanden 10 ms. Med en frekvenskilde på 1 MHz telles det opp 10000 pulser, altså en oppløsning på 1:10000. Ved hastigheten 100 o/s blir pulstiden 100 μ s, og oppløsningen blir bare 1:100.

I stedet for optiske kodeskiver benyttes ofte nærhetsdetektorer som måler frekvensen på tenner eller knaster på den roterende delen.

De to metodene for å beregne hastighet er egentlig en derivasjon av posisjon: hastighet er pulser/tid, alternativt 1/hastighet er tid/puls. Avstanden mellom pulsene i løpet av en omdreining kan variere endel. Hvis vi måler tidsintervall mellom to nabopulser, kan feilen i beregnet hastighet derfor bli stor. Denne målefeilen forårsaket av derivasjonsoperasjonen minskes ved å midle over flere pulser. Midling over mange pulser gjøres implisitt ved måling av pulser per tidsenhet.



Figur 4.25 – Effekt av corioliskraft når en masse beveges radielt på en roterende skive.

4.5.5 Vinkelhastighet

Instrumenter for måling av vinkelhastighet utnytter coriolisakselerasjon². Vinkelhastighetsmåling benyttes i treghetsplattformer om bord på skip for kontinuerlig å måle skipets bevegelser. Stor nøyaktighet oppnås med gyroer realisert med laser og fiberoptikk, eller med roterende masser. Men disse løsningene er også dyre. For mindre presisjon, lav pris og lite volum realiseres sensoren i halvledermateriale. Her vibrerer massen i stedet for å rotere som i en gyro.

Prinsippet for vibrerende gyro kan forklares med referanse til figur 4.25, hvor vi tenker oss en masse som sklir langs en radiell skinne på en roterende skive. Hastigheten på tvers av skinnen er gitt av $v = \Omega r$, hvor Ω er rotasjonshastighet og r radius på stedet. Når massen beveger seg utover, må derfor sideveis hastighet øke, og tilsvarende må den avta under bevegelse mot sentrum. Massen utsettes dermed for sideveis akselerasjon, som gir opphav til en kraft som bøyer skinnen som vist i figuren.

Det er mange måter å realisere prinsippet på, men alle går ut på å etse ut en masse som henger fast til silisiumbrikken med en eller flere tynne bjelker. De utformes slik at massen kan settes i svingning langs en akse, mens utslaget langs en annen akse måles og er et uttrykk for vinkelhastigheten.

Eksempel 4.9: Et bilnavigasjonssystem benytter hastighets- og vinkelhastighetsmålere for å beregne bilens ferd. Etter en tid blir det vesentlig avvik mellom beregnet og virkelig posisjon, og derfor kombineres disse målingene med satellittnavigasjon. Dette er et eksempel på kombinasjon av raske sensorer med begrenset nøyaktighet og nøyaktige, men langsommere sensorer. Under raske manøvre og når satellittsignalene faller ut, er beregnet posisjon bare basert på sensorene, mens beregnet posisjon blir korrigert straks satellittsignalene igjen er tilgjengelige. Sagt på en annen måte: Vi integrerer hastigheter for å beregne

²Etter den franske fysikeren Gaspard-Gustave Coriolis, 1792–1843.



Figur 4.26 – Piezoelektrisk akselerometer. Til venstre mekanisk prinsipp, i midten mekanisk ekvivalentskjema, til høyre typisk frekvensrespons.

posisjon. Målefeilen integreres også og gir etter en stund alvorlige feil i beregnet posisjon. Feilen nullstilles med en ekte posisjonsmåling, og vi må sørge for at den inntreffer hyppig nok til å holde feilen under kontroll.

Eksempel 4.10: Biler utstyres med stabiliseringssystemer som blant annet skal søke å hindre sladding i svinger. De baserer seg på flere sensorer: vinkelmåler på ratt, hastighetsmåler på hvert hjul, vinkelhastighetsmåler for hvor fort bilen svinger og sideveis akselerometer. Avvik mellom rattvinkel (ønsket svingradius) og virkelig bane beregnet fra målt vinkelhastighet, hastighet og akselerasjon betyr at bilen ikke følger førerens ambisjoner. Systemet bremser ett eller flere hjul for å rette opp avviket.

Et gyrokompass utnytter corioliskraften for å finne nord og består i prinsippet av en skive som roterer om en akse. Hvis vi vipper gyroens aksel langs en annen akse oppstår det en kraft langs den tredje aksen. Så lenge rotasjonsaksens retning er konstant i forhold til verdensrommet, er det ingen krefter på tvers av rotasjonsaksen. Det er tilfelle bare når aksen er parallell med jordaksen. Dersom akselen derimot ikke er parallell med jordaksen, oppstår det målbare krefter på tvers av rotasjonsaksen når det følger jorden rundt. Disse målingene brukes til å rette opp kompassets akse. Slik blir gyrokompasset nordsøkende og stabiliserer seg i riktig retning, vanligvis etter noen få timer.

4.6 Akselerasjon

Akselerasjonen er definert ved Newtons andre lov, F = ma. Når en masse akselereres, resulterer det i en kraft. Det utnyttes direkte for måling av



Figur 4.27 – Akselerasjonsmåling ved bøyning av bjelke. Til venstre prinsipp, til høyre realisert med halvlederteknikk.

akselerasjon. Kraften måles for eksempel ved bøyningen av en elastisk komponent. Det er mange måter å måle akselerasjonskraften på, men det er tre hovedprinsipper som er mest brukt:

Piezoresistans: Her kan oppbyggingen være som i figur 4.27, hvor bjelkens bøyning måles med strekklapper. Prinsippet kan realiseres direkte med en silisiumbjelke med integrerte piezoresistive motstander – hele bjelken virker her som masse. Masse og fjærsystemer kan også etses ut i silisiumbrikker og integreres med piezoresistive strekklapper, eventuelt også med forsterkere. *Piezoelektrisk:*

Piezoelektrisk: I piezoelektriske akselerometre måles kraften av et piezoelektrisk materiale, som gir ut en ladning proporsjonal med akselerasjonskraften. Ladningen gjøres om til spenning i en ladningsforsterker. Ladningen lekker bort etter en tid, og piezoelektriske akselerometre har derfor en nedre grensefrekvens og kan bare brukes til å måle dynamisk akselerasjon. Figur 4.26 viser et eksempel på et akselerometer realisert med det piezoelektriske elementet mellom massen og huset. Piezoelektrisitet er nærmere beskrevet i avsnitt 6.2.

Servoakselerometre: Akselerometertypene over er basert på å måle mekanisk deformasjon. Servoakselerometre styrer derimot massen slik at utsvinget fra nominell posisjon blir minimalt, altså bruk av kompensasjonsprinsippet. Servoakselerometeret er beskrevet nærmere i avsnitt 2.7.3. I tradisjonelle akselerometre styres massen med elektromagneter. Når prinsippet realiseres i halvledermateriale, er det gjerne elektrostatiske felter som styrer massen. Servoakselerometre har typisk god linearitet, stor følsomhet og lav båndbredde.

Akselerometre kan ekvivaleres med en masse og en fjær. Et slikt system har kraftig resonans ved en bestemt frekvens. Resonansfrekvensen øker med stivheten i fjæra og avtar med økende masse. Stor følsomhet for akselerasjon oppnås ved å øke massen og/eller bruke mykere fjær. Som en hovedregel minker derfor resonansfrekvensen med økende følsomhet. Resonanstoppens størrelse kan reduseres ved å tilføre dempning, gjerne i form av olje. Vibrasjon er et notorisk problem for akselerometre montert i nærheten av maskiner eller i fremkomstmidler. Det gjelder spesielt dersom vibrasjonsfrekvensen sammenfaller med akselerometerets resonans. Under slike forhold monteres akselerometeret på en dempet plattform (lavpassfilter for vibrasjonen) med knekkfrekvens godt under vibrasjonsfrekvensen.

Eksempel 4.11: Vi har en sinusformet vibrasjon med amplitude 1 mm: $s = 1 \cdot 10^{-3} \sin(\omega t)$. Vibrasjonens hastighet er den deriverte av posisjonen: $v = 1 \cdot 10^{-3} \omega \cos(\omega t)$ og akselerasjonen den deriverte av hastigheten igjen: $a = -1 \cdot 10^{-3} \omega^2 \sin(\omega t)$. Når vibrasjonsfrekvensen er 1 rad s⁻¹, blir akselerasjonens amplitude $1 \cdot 10^{-3} \text{ m s}^{-2}$, men øker frekvensen til 100 rad s⁻¹, blir akselerasjonsamplituden $1 \cdot 10^{-3} \cdot 100^2 = 10 \text{ m s}^{-2}$. Akselerometerets resonanstopp er 35 dB, tilsvarende 56 ganger. Hvis resonansen lå ved 100 rad s⁻¹, ville vi målt 560 m s⁻²! Selv langt under resonansfrekvensen øker støyamplituden altså dramatisk med økende frekvens. Det illustrerer nytten vi hadde hatt av å montere akselerometeret på et mekanisk lavpassfilter.

Som tidligere nevnt kan akselerasjon regnes om til posisjon ved å dobbeltintegrere, men akselerometerets målefeil integreres også. Det gir med tiden alvorlige posisjonsfeil. Integrasjonsprosessen må derfor alltid kompenseres med andre målinger.

Et problem med denne planen er at målefeilen a_e også dobbeltintegreres, og over tid blir posisjonen for gal. For å treffe etasjene utstyrer vi heisen med en nærhetsdetektor og fester metallbiter ved korrekt stopp-posisjon i hver etasje. Hver gang vi passerer en av metallbitene, vet vi hvor heisen er og kan sette h_0 til korrekt verdi. Da rekker feilen bare å integrere seg opp i tiden mellom hver etasje. Når vi passerer en kjent posisjon, vet vi også hvor stor feilen er i beregnet posisjon. Den kunnskapen kan vi bruke til å kompensere målefeilen: $h = h_0 + \int \int (a + a_e - a_k) dt dt$, der a_k er en beregnet feilkompensasjon.

Eksempel 4.12: Vi skal styre en rask heis slik at den akselererer og retarderer mykt og stopper på riktig sted når noen skal av eller på. Vi bruker et akselerometer til å måle akselerasjonen slik at vi kan styre den. Målt akselerasjon dobbeltintegreres også slik at vi hele tiden har et mål på tilbakelagt avstand: $h = h_0 + \int \int (a + a_e) dt dt$, hvor h er vertikal posisjon, h_0 en utgangsposisjon, a den tidsvarierende akselerasjonen og a_e målefeil. Siden vi hele tiden nå vet hvor heisen befinner seg, kan vi styre akselerasjonen slik at heisen stopper på riktig sted.

sere strålingen på detektoren. Optikken består av linser eller speil. Linsenes båndbredde er begrenset av linsematerialets transmisjonsspekter, mens speilenes båndbredde er begrenset av av speiloverflatens reflektansbåndbredde.

Totalstrålingstermometre

Totalstrålingstermometre måler utstrålingen fra et objekt over hele bølgelengdeområdet, emittansen. Målesignalet følger derfor Stefan-Boltzmanns lov og øker med fjerde potens av temperaturen. I praksis er instrumentets båndbredde begrenset av optikk og detektor, men ligger i et område som gjør at hoveddelen av strålingen detekteres. Målt temperatur er alltid mindre enn virkelig temperatur for emissivitet mindre enn 1. Instrumentet kalibreres mot svart legeme. Målt temperatur blir da:

$$M = k\epsilon\sigma T^4 \quad \rightarrow \quad T_m = \left(\frac{M}{k\epsilon\sigma}\right)^{\frac{1}{4}}$$
 (5.31)

hvor *M* er emittansen og *T* legemets temperatur. Kalibreringsparameteren *k* justeres slik at $k\epsilon = 1$.

Enkeltbåndstermometre

Enkeltbåndstermometre måler utstrålingstettheten over et ganske smalt og definert bølgelengdeområde. Fra ligning 5.29 fant vi at følsomheten for temperaturendringer økte med kortere bølgelengder, samtidig som ligning 5.30 viser at følsomheten for endringer i emissiviteten er konstant. Feil i antatt emissivitet, eller variasjon i emissivitet, blir derfor relativt mindre viktige ved korte bølgelengder. På den annen side er utstålingstettheten sterkt avtagende ved korte bølgelengder. Lavere målesignal fører til større målestøy. Instrumentets bølgebånd er derfor et kompromiss mellom undertrykkelse av emissivitetsfeil og signal-støyforhold.

Termometeret er kalibrert mot et svart legeme. Strålingen fra et objekt med emissivitet mindre enn 1 er mindre enn for et svart legeme med samme temperatur. Instrumentet viser derfor alltid for lav temperatur. Strålingen fra objektet med temperatur *T* tilsvarer strålingen fra et svart legeme med temperatur T_{λ} . Vi setter Plancks formel for de to tilfellene lik hverandre:

$$\frac{\epsilon C_1}{\lambda^5 e^{C_2/\lambda T} - 1} = \frac{C_1}{\lambda^5 e^{C_2/\lambda T_\lambda} - 1}$$
(5.32)

Overflatetemperaturen *T* løses ut, og vi får:

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{T_{\lambda}} + \frac{\lambda}{C_2} \ln(\epsilon) \quad \rightarrow \quad T = \frac{C_2 T_{\lambda}}{C_2 + \lambda T_{\lambda} \ln \epsilon}$$
(5.33)

Bølgebåndet velges normalt kortere enn utstrålingstoppene ved de aktuelle temperaturene. Dette fravikes når måleobjektets materiale har spesielle egenskaper. Det utnyttes for eksempel at en glassmelte har emissivitet nær 1 ved 5,1 µm. Mange plastmaterialer er tilnærmet svarte og, selv tynne filmer, opake ved 3,43 µm.

Eksempel 5.12: Strålingsdetektoren i figur 5.23 brukes i instrumenter for å måle temperatur i øregangen. Den er følsom for bølgelengder over et stort område, men kan kombineres med et filter som begrenser passbåndet. Hvor stor er forskjellen i totalstrålingen mellom vevstemperatur på 37 °C og 40 °C? Fra Stefan-Boltzmanns lov har vi forholdet $(273 + 40)^4/(273 + 37)^4 = 1,04$. Den relative endringen er 0,04.

Strålingstoppen ved 37 °C ligger ved 2898/(273 + 37) = 9,3 µm. Hvor mye endrer strålingsintensiteten seg ved en tidel av denne bølgelengden, det vil si 0,9 µm? Følsomheten ved denne bølgelengden er omtrent $C_2/(\lambda T) =$ 0,014/(0,9 · 10⁻⁶310) = 50. Forholdet i målesignal mellom de to temperaturene er nå 50 · (40 - 37)/310 = 0,48, altså en mer enn 10 ganger større endring.

Tobåndstermometre

Denne metoden kalles også tostråletermometri. Tobåndstermometre beregner temperaturen fra forholdet mellom målt utstrålingstetthet i to bølgelengdeområder.

Forholdet mellom strålingen ved de to bølgelengdene λ_1 og λ_2 med tilhørende emissiviteter ϵ_1 og ϵ_2 er etter Wiens lov:

$$r = \frac{\epsilon_2 C_1 \lambda_2^{-5} e^{-C_2/\lambda_2 T}}{\epsilon_1 C_1 \lambda_1^{-5} e^{-C_2/\lambda_1 T}} = \frac{\epsilon_2 \lambda_1^5}{\epsilon_1 \lambda_2^5} \exp\left[\frac{C_2}{T} \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right)\right]$$
(5.34)

Tobåndstermometre kalibreres også mot svart legeme, det vil si at $\epsilon_1 = \epsilon_2$. Men der total- og enkeltbåndstermometre bare gir riktig måling mot svart måleobjekt, gir tobåndstermometre også riktig måling når objektet er grått. Ofte er det slik at overflater er tilnærmet grå over et lite bølgeområde. Følsomheten for bølgelengdevarierende emissivitet blir derfor vanligvis liten når de to bølgelengdene ligger nært hverandre. Formelens eksponentdel inneholder differansen mellom bølgelengdenes invers. Når bølgelengdedifferansen avtar, blir eksponenten derfor tiltagende følsom for unøyaktigheter i bølgelengde. Valg av bølgelengder i tobåndstermometre er derfor også et kompromiss mellom emissivitetsundertrykkelse og målestøy.

Eksempel 5.13: Et tobåndstermometer måler ved bølgelengdene 0,8 µm og 1,0 µm. Det måler temperaturen på et svart legeme med overflatetemperatur 1500 °C. Forholdet blir da:

$$r = \frac{0.8^5}{1.0^5} e^{\frac{0.0144}{1500+273}(1/0.8-1/1)1 \cdot 10^6} = 2,50$$

Dersom den virkelige bølgelengden var 0,81 i stedet for 0,80, ble forholdet 2,34.

Hva så hvis legemet ikke er svart eller grått? Temperaturen T_r er indikert temperatur under forutsetning av at strålingen kommer fra et svart eller grått legeme, det vil si at $\epsilon_1 = \epsilon_2$. Hvis overflaten ikke oppfyller denne betingelsen, blir indikert temperatur T. T kan være høyere eller lavere enn T_r , avhengig av om ϵ_1 eller ϵ_2 er størst. Vi setter utstrålingstetthetene under disse forholdene lik hverandre:

$$\frac{\lambda_1^5}{\lambda_2^5} e^{\frac{C_2}{T_r} \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right)} = \frac{\epsilon_2 \lambda_1^5}{\epsilon_1 \lambda_2^5} e^{\frac{C_2}{T_r} \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right)}$$
(5.35)

Fra denne ligningen kan temperaturen T løses ut:

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{T_r} + \frac{\ln\epsilon_1 - \ln\epsilon_2}{C_2\left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right)}$$
(5.36)

Eventuell støv og røyk i luften mellom måleinstrumentet og strålekilden demper strålingen. Denne dempningen er ekvivalent med en nedsatt emissivitet. Vanligvis antas lik dempning ved begge bølgelengdene, ekvivalent med $\epsilon_1/\epsilon_2 = 1$. Stråledempning til måleren gir ikke målefeil så lenge dette forholdet er oppfylt.

Tobåndsmetoden egner seg også til å måle temperatur på objekter som ikke dekker hele termometerets synsfelt, eller hvor temperaturen er ujevnt fordelt over synsfeltet. Metoden er også godt egnet når emissiviteten varierer over objektet, som med metall som er delvis dekket av oksid eller slagg.

Metodesammenligning

Det er nyttig å sammenligne de forskjellige målemetodene under forskjellige forhold. Tre instrumenter benyttes i det følgende: et totalstrålingstermometer, et enkeltbåndstermometer med senterbølgelengde ved 0,8 µm og et tobåndstermometer for bølgelengdene 0,8 µm og 1,0 µm. *Eksempel 5.14:* Objektet har en overflatetemperatur på 1000 °C og emissivitet på 0,5. Hvilken temperatur måles med de tre instrumentene?

Totalstråling: $T = 0.5^{1/4}(1000 + 273) = 1070 \text{ K} = 797 \,^{\circ}\text{C}.$

Enkeltbånds: $T = 0.014388 \cdot 1273 / (0.014388 - 0.8 \cdot 10^{-6} \cdot 1273 \ln(0.5)) = 1213 \text{ K} = 940 \,^{\circ}\text{C}.$

Tobånds: Vi vet at temperaturen måles riktig når emissiviteten er lik ved de to bølgelengdene, og svaret er derfor 1000 $^\circ \rm C.$

Eksempel 5.15: Objektet har også nå overflatetemperaturen 1000 °C, men emissiviteten ved 1,0 μ m er 0,6. Sammenlign enkelt- og tobåndstermometrene.

Enkeltbånds: Som i forrige eksempel, 940 °C.

Tobånds: $1/T = 1/1273 + 0.8 \cdot 10^{-6} \cdot 1 \cdot 10^{-6}/(0.014388(1 - 0.8)1 \cdot 10^{-6}) \ln(0.5/0.6) = 735 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$. $T = 1361 \text{ K} = 1088 \text{ }^{\circ}\text{C}$.

Eksempel 5.16: Stålbånd fra en valsemaskin har temperaturen 1000 °C og emissivitet 0,8. Den fyller bare 60% av termometrenes synsfelt. Hvilke temperaturer indikeres?

Totalstråling: $T = (0,8 \cdot 0,6)^{0,25} 1273 = 1060 \text{ K} = 786 ^{\circ}\text{C}.$

Enkeltbånds: $T = 0,014388 \cdot 1273 / (0,014388 - 0,8 \cdot 10^{-6} \cdot 1273 \ln(0,8 \cdot 0,6)) = 1210 \text{ K} = 937 \,^{\circ}\text{C}$

Tobånds: Den effektive emissiviteten er $0.8 \cdot 0.6$. Båndets areal og emissiviteten er lik ved de to bølgelengdene. Derfor er også den effektive emissiviteten konstant, og instrumentet viser riktig temperatur.

Eksemplene viser at totalstrålingstermometret kan gi store feil når emissiviteten er en del mindre enn 1. De fleste har mulighet for å justere for antatt emissivitet. Tobåndsinstrumenter kan også gi feil som er større enn de to andre metodene dersom emissiviteten ved de to bølgelengdene er forskjellig.

5.5.3 Omgivelsestemperatur

Strålingstermometre mottar ikke bare stråling fra objektet i instrumentets synsfelt, men stråling fra omgivelsene reflekteres også i objektet. Reflektert stråling er innfallende stråling minus absorbert stråling. Den absorberte strålingen husker vi er gitt av absorptansen, som er lik emissiviteten for opake legemer. Det vil si at reflektert lys er innfallende lys multiplisert med $1 - \epsilon$. Den samlede strålingen fra objektet er den som stråler ut av objektet med temperatur *T*, og den som reflekteres fra omgivelsene med temperatur



Figur 5.24 – Metallblokktemperatur målt med totalstrålingstermometer. Blokken står i en 1100-graders ovn.



Figur 5.25 – Metallblokktemperatur målt med enkeltbåndstermometer. Bølgelengden er 0,9 µm. Prikket linje målt ved 2 µm.

 T_a . Denne strålingen tilsvarer strålingen fra et objekt med temperatur T_{λ} :

$$\frac{1}{\exp\left(C_2/\lambda T_\lambda\right) - 1} = \frac{\epsilon}{\exp\left(C_2/\lambda T\right) - 1} + \frac{(1 - \epsilon)}{\exp\left(C_2/\lambda T_a\right) - 1}$$
(5.37)

Her er det antatt at strålingen fra omgivelsene har egenskaper som fra et svart legeme, noe som ofte er tilfelle i et lukket rom med homogen temperatur. Når objektet har svart overflate, blir all innfallende stråling absorbert, og omgivelsestemperaturen har ingen innvirkning. Vi ser også at når $T = T_a$, utgjør de to leddene på høyre side til sammen det som tilsvarer strålingen fra et svart legeme ($T = T_a, \epsilon + 1 - \epsilon = 1$). Målefeilen blir derfor null når T er lik T_a .

Figur 5.24 viser temperaturen i en metallblokk målt med et totalstrålingstermometer. Blokken står i en varmebehandlingsovn og har romtemperatur når den settes inn. Ovnen holder 1100 °C. Vi ser at den reflekterte strålingen dominerer og gir stor målefeil helt til blokkens temperatur har nådd ovnstemperaturen.

Enda verre blir det når den samme temperaturen måles med et enkeltbåndstermometer, figur 5.25. Strålingen fra metallblokken ved $0,9\,\mu$ m er ved lav temperatur helt neglisjerbar, og termometeret registrerer omtrent bare reflektert stråling. Den prikkede linjen viser samme måling, men ved $2\,\mu$ m. Instrumentet får her med seg mer av den langbølgede lavtemperaturstrålingen.

Til slutt måles temperaturen med et tobåndstermometer, figur 5.26. Dette gir det dårligste måleresultatet av alle. Bare når blokkens temperatur nærmer seg ovnstemperaturen, fanger det inn såpass mye av strålingen at blokkens temperatur påvirker målesignalet. Igjen ser vi av den prikkede linjen at



Figur 5.26 – Metallblokktemperatur målt med tobåndstermometer ved 0,8 μ m og 1 μ m. Prikket linje målt ved 2 μ m og 3 μ m.

instrumentet blir mer følsomt for blokkens lavere temperatur når det måler ved lengre bølgelengder.

5.6 Kapitteltillegg

5.6.1 Termodynamisk temperaturskala

Et problem med de første temperaturskalaene var at de var basert på noen ganske tilfeldig valgte kalibreringspunkter. Amontons oppdaget i 1702 at luft utvidet seg med temperaturen, og at det måtte finnes et absolutt nullpunkt. Temperaturen kunne derfor måles som trykket i et luftvolum:

$$p(t) = p(0)(1 + \alpha t)$$
 $p(t) = p(0)T$ (5.38)

hvor p(0) er trykket ved temperaturskalaens nullpunkt t = 0, og α er trykkets temperaturkoeffisient. Kalibrering av et slikt termometer må gjøres ved to temperaturer, siden α ikke er kjent. For grader Celsius bruker vi vannets smelte- og kokepunkt. Den høyre varianten av ligningen er basert på absolutt temperatur. Fordelen med den er at vi bare behøver å kalibrere i ett punkt. Kelvinskalaen er basert på at vannets trippelpunkt defineres som 273,16 K = 0,1 °C. Det er ett fundamentalt problem med denne måten å definere temperatur på: Den avhenger av tilgang på ideell gass.

I 1848 foreslo Thomson (senere lord Kelvin) å definere temperatur med termodynamiske sammenhenger. En reversibel varmemaskin som går over en carnotsyklus mellom to temperaturer θ_1 og θ_2 , forbruker varmeenergien Q_1 ved den høyeste temperaturen og avgir Q_2 ved den laveste. Forholdet mellom energiene er:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2} \tag{5.39}$$

Vi kan altså, i teorien, finne forholdet mellom en ukjent og en kjent temperatur ved å måle maskinens virkningsgrad. Temperaturene som inngår i formelen, kalte Thomson termodynamisk temperatur. Det er dette termodynamiske forholdet som i dag definerer den termodynamiske temperaturskalaen med måleenheten kelvin.

5.6.2 Den internasjonale temperaturskalaen

Carnotmaskiner kan ikke realiseres eksakt, så den termodynamiske temperaturskalaen er også bare en teoretisk definisjon. En virkelig temperaturskala må derfor defineres ved hjelp av temperaturfølere. Den første internasjonale temperaturskalaen ble etablert av Generalkonferansen for mål og vekt i 1927. Skalaen gjennomgikk revisjoner, senest i 1968 og 1990. Indekser brukes for å skille mellom variantene, for eksempel t_{68} og t_{90} . Skalaen fra 1968 kalles Den internasjonale praktiske temperaturskalaen, IPTS-68.

Den internasjonale temperaturskalaen av 1990 (ITS-90) bruker vannets trippelpunkt, 273,16 K, som definisjonspunkt. Den sier også at sammenhengen mellom absolutt temperatur og grader Celsius er $t_{90} = T_{90} - 273,15$ K. Avviket mellom ITS-90 og den termodynamisk temperaturskalaen antas å være innenfor ±2 mK i området 1 til 273 K, økende til ±3,5 mK ved 730 K og videre til ±7 mK ved 900 K.

Temperaturskalaen er delt inn i fire overlappende områder hvor temperaturen mellom kalibreringspunktene defineres av en målemetode. De mest aktuelle kalibreringspunktene er gitt i tabell 5.5. Målemetodene som benyttes er:

0,5 til 4,221 K: Damptrykket i Helium.

4,2 til 24,6 K: Gasstermometer.

13,81 til 1235 K: Motstandsfølere i platina. Det er forholdet W_t mellom følerens resistans og dens resistans ved 0,01 °C som er oppgitt.

Over 1235 K: Forholdet mellom spektral stråling ved aktuell temperatur og ved sølv- eller gullpunktet (961,78 og 1064,18 °C).

Det er noe avvik mellom de internasjonale temperaturskalaene definert i 1968 og 1990. Fra -200 til 630 $^{\circ}$ C gir denne formelen en korreksjon med en nøyaktighet på bedre enn 1,5 mK:

$$(t_{90} - t_{68}) = \sum_{n=1}^{8} a_i \left(\frac{t}{630}\right)^i$$
(5.40)

Koeffisientene er gitt i tabell 5.6. Korreksjonen som er basert på ligningen og avvik gitt i ITS-90, er vist i figur 5.27. Det er en markert diskontinuitet ved 630 °C.

Stoff	Tilstand	$T_{90}/{ m K}$	<i>t</i> ₉₀ /°C	W _r
Neon	Trippelpunkt	24,5561	-248,5939	0,008 449 74
Oksygen	Trippelpunkt	54,3538	-218,7916	0,09171804
Argon	Trippelpunkt	83,8058	-189,3442	0,215 859 75
Kvikksølv	Trippelpunkt	234,3156	-38,8344	0,844 142 11
Vann	Trippelpunkt	273,16	0,01	1,000 000 00
Gallium	Smeltepunkt	302,9146	29,7646	1,11813889
Indium	Frysepunkt	429,7485	156,5985	1,609 801 85
Tinn	Frysepunkt	505,078	231,928	1,892 797 68
Sink	Frysepunkt	692,677	419,527	2,568 917 30
Aluminium	Frysepunkt	933,473	660,323	3,376 008 60
Sølv	Frysepunkt	1234,93	961,78	4,286 420 53
Gull	Frysepunkt	1337,33	1064,18	
Kobber	Frysepunkt	1357,77	1084,62	

Tabell 5.5 – De fleste kalibreringspunktene for den internasjonale temperaturskala, ITS-90. Smelte- og frysepunktene er ved 1 standardatmosfære (101 325 Pa). Trippelpunktet er temperaturen hvor fast stoff, væske og damp er i likevekt.

	i a _i		i	a_i
	1	-0,148759	5	-4,089 591
	2	-0,267 408	6	-1,871251
	3	1,080760	7	7,438081
	4	1,269056	8	-3,536296
0,4 - t	90 ^{-t} 68	~ ~ ~ ~		
0,2		/ \		-
0	~			-
-0,2				-
-0,4				, - -
-0.6				
-				
-0,0 -				
-1	0	500 1000	1	500 2000 t ₉₀

Tabell 5.6 - Koeffisienter for beregning av korreksjon mellom t_{68} og t_{90} , se ligning 5.40.

Figur 5.27 – Avvik mellom t_{90} og t_{68} i området -200 til 2400 °C.

Litteraturhenvisninger

Generelt om temperaturmåling McGee (1988), noe mer teoretisk anlagt Quinn (1990). Varmeoverføringsmekanismer Lydersen (1979) og Incropera og David P. DeWitt (1996). Noen få feilkilder pga. varmetransport og konveksjon Sparrow (1976). Silisium motstandsfølere Philips (1996). Kalibrering, spesielt av strålingstermometre Quinn (1990). Omfattende om



Figur 8.5 – Døgnmidlet lufttrykk målt ved Ås i Akershus over tre år, 2007–2009.

dette prinsippet er at målestedet er vanskelig å komme til for installasjon og vedlikehold. Eksempler på det er målebrønner for frispeilstrømning (se 9.11) og nivåmåling i nedgravde tanker.

8.3.3 Trykk

Trykket i en væskesøyle er gitt av egenvekt ρ , dybde *d* og gravitasjonen *g*:

$$p = \rho g d + p_0 \tag{8.1}$$

Målt trykk et sted i væskesøylen uttrykker hvor langt det er derfra opp til overflaten, forutsatt at væskas egenvekt og trykket ved overflaten, p_0 , er kjent. Trykket som måles, avhenger altså av både væskenivå, overflatetrykk og væskas tetthet.

I åpne tanker er overflatetrykket gitt av det atmosfæriske trykket. Figur 8.5 viser et eksempel på variasjon i lufttrykk³. Med tall fra figuren antar vi at normal trykkvariasjon er innenfor ± 40 mbar. Det tilsvarer en vannsøyleendring på $\Delta h = \pm \Delta p / \rho g = \pm 40 \cdot 10^3 \cdot 1,01 \cdot 10^5 / 1 \cdot 10^3 \cdot 9,81 = \pm 0,41$ m. I enkelte situasjoner er denne feilen akseptabel, men som regel må trykkbasert nivåmåling korrigeres for lufttrykket. Lufttrykket kan måles med en egen absoluttrykkmåler, og den kan være felles for alle trykkbaserte nivåmålepunkter i anlegget.

I lukkede tanker kan også trykket over væskeoverflaten variere mye. I noen situasjoner er tanken lukket for å hindre avgassing, andre ganger er det et prosesskrav at trykket er over eller under normalt omgivelsestrykk. Da må trykket over væskenivå inne i tanken måles for å korrigere.

³Verdensrekordene for målt høyt og lavt lufttrykk er 1094 mbar og 870 mbar. Tilsvarende for Norge er 1061 mbar og 936 mbar, målt med fire dagers mellomrom i 1907.



Figur 8.6 – Måling av nivå med dp-celle. Til venstre med gassfylt og til høyre med væskefylt topptrykkrør.

Både for å korrigere for varierende lufftrykk over åpne tanker og overflatetrykk i lukkede tanker, kan en differensiell trykkmåler (dp-celle) brukes. Den ene siden (lavtrykksiden) måler trykket over væskeoverflaten, mens høytrykksiden måler nedenfor laveste nivågrense. Differansetrykket er gitt av nivået og egenvekten. Se også avsnitt 7.2.

Lavtrykksidens rør kobles til tankens topp, og hele røret må være tomt for væske. Det kan lett skje at væske skvulper inn i røret, eller at damp kondenseres i det. Væska som på denne måten samler seg i lavtrykkrøret, gir målefeil. Derfor er det en del vedlikeholdsarbeid forbundet med denne målemetoden. Det viktigste er jevnlig å åpne dp-cellens lufteventil for å slippe ut eventuell væske.

Differansetrykkmålingen kan også arrangeres slik at røret som måler trykket i toppen av tanken, alltid er væskefylt til et bestemt nivå *H*. Dette kan brukes der kondens er et problem. Kondenspotten i toppen forutsettes å være fylt og gir dermed et referansenivå. Målt trykkdifferanse er nå $\Delta p = \varrho gh - \varrho gH$, eller ved å bytte om høy- og lavtrykksiden $\Delta p = \varrho gH - \varrho gh$. Vedlikeholdsarbeidet går nå ut på alltid å sørge for at kondenspotten er fylt.

Noen av problemene med dette nivåmåleprinsippet kan løses ved å bruke fjernmembraner og sperrevæske, se under avsnitt 7.2.1 på side 173. Fjernmembraner fører med seg nye problemer, særlig temperaturfølsomhet.

I nye anlegg er nivåmåling med dp-celle mindre brukt på grunn av de praktiske problemene, men også på grunn av kraftig prisfall for andre og bedre målemetoder de siste tiårene.

I stedet for å bruke dp-celle kan trykket øverst og nederst i tanken måles med to forskjellige absoluttrykkmålere. Da elimineres målerørene og problemene forbundet med dem. Det nye problemet som oppstår, er at de to trykkmålerne må kalibreres nøye slik at differansen mellom målesignalene blir korrekt.

En annen måte å måle nivå på ved hjelp av trykk er med et luftfylt rør som stikker ned i væska. Trykket i røret blir da lik væsketrykket ved rørets åpning. Trykkluft tilføres røret slik at det stadig bobler ut av åpningen – det sikrer at røret hele tiden er luftfylt. Prinsippet kalles derfor *boblerør*. Måleprinsippet kan være billig å realisere, men boblerør har i dag først og fremst noe for seg når det av praktiske grunner er vanskelig å få plassert andre sensorer ned i væska. Boblerør egner seg bare for åpne beholdere.

Beregning av egenvekt

Trykkmåling for måling av nivå er altså avhengig av mediets egenvekt. Egenvekten kan i enkelte anvendelser variere over tid, og da er det nødvendig å måle egenvekten underveis for riktig nivåberegning.

Vi har som før at $p = p_0 + \rho gh$, en ligning som nå har to ukjente. Forutsetningen for å beregne egenvekten er to ligninger. Den oppfylles med trykkmålinger ved nivåene h_1 og h_2 og tilhørende ligninger $p_1 = p_0 + \rho gh_1$ og $p_2 = p_0 + \rho gh_2$. Kombinasjonen av ligningene gir $\rho = (p_1 - p_2)/g(h_1 - h_2)$.

Mediets egenvekt kan bare beregnes når overflaten ligger høyere enn begge målepunktene. Det er derfor ønskelig at målestedene befinner seg lengst mulig ned i tanken for å få stort operasjonsområde, men beregningsfeilene øker når avstanden mellom målepunktene minker. Grensen for hvor store målefeil som kan oppstå, kan beregnes etter metoder beskrevet i avsnitt 2.4 på side 20. Posisjonene til målepunktene h_1 og h_2 er kjente konstanter, og feilregnskapet tar bare hensyn til feil i målingene:

$$\Delta \rho < \left| \frac{\partial \rho}{\partial p_1} \Delta p_1 \right| + \left| \frac{\partial \rho}{\partial p_2} \Delta p_2 \right| = \frac{\Delta p_1 + \Delta p_2}{g(h_1 - h_2)} \quad \rightarrow \quad \frac{\Delta \rho}{\rho} < \frac{\Delta p_1 + \Delta p_2}{|p_1 - p_2|}$$
(8.2)

Eksempel 8.2: La oss anta at vi har en tank med vann hvor nominell egenvekt er 1000 kg m⁻³, maksimalt nivå er 5 m og måleomfanget derav er 0,5 bar. Trykkmålernes maksimale målefeil er 5% av måleomfanget, altså 0,025 bar. Feilen i beregnet egenvekt er da $\Delta \rho / \rho < (0,025 + 0,025) / |p_1 - p_2|$. Nominell trykkforskjell i bar er 0,1 Δh . Feilgrensen er da $\Delta \rho / \rho < 0,05/0,1|h_1 - h_2|$). Feilen som funksjon av hvor langt fra hverandre målerne er montert ($\Delta h = |h_1 - h_2|$) er vist i figur 8.7. Figuren viser at beregning av egenvekt krever lang avstand mellom trykkmålerne og svært nøyaktige målinger for å gi noen nyttige resultater.

8.3.4 Potensiometrisk nivåmåling

Dette måleprinsippet består av en metallstav som står nede i væska, hvor væska virker som et potensiometeruttak. Figur 8.8 viser prinsippet. En vekselspenningskilde tilfører spenning mellom stavens endepunkter. Spenningen mellom stavens nedre ende og tankveggen måles med et høyohmig



Figur 8.8 – Prinsipp for potensiometrisk nivåmåling. Ekvivalentskjema til høyre.

instrument. Tankveggens spenning er lik væskas spenning. Prinsippet forutsetter en viss ledningsevne i væska, det vil si at den egner seg best for vandige løsninger.

Spenningen langs staven er $u(h) = u_0 h/H$. Stavens resistans forutsettes å være mye mindre enn den væska representerer. Væska opptrer som en kontinuerlig og homogen resistans og dens potensiale er derfor middelverdien av spenningsprofilet for den delen av staven som er under overflaten: $u_v = u_0 h/2H$. Vi ser at målt spenning ikke påvirkes av væskas ledningsevne.

Når nivået synker, blir det hengende igjen et væskesjikt langs staven, spesielt merkbart når væska er tregtflytende. Dette sjiktet leder også strøm, men resistansen langs det tynne sjiktet er høy. Måleprinsippet egner seg derfor godt for viskøse varer.

Potensiometrisk nivåmåling er et enkelt og billig prinsipp som kan gi god nøyaktighet uavhengig av væskas ledningsevne, så lenge ledningsevnen er den samme gjennom hele væskevolumet. Staven inneholder bare metall og



Figur 8.9 – Tre vanlige elektrodekonfigurasjoner for kapasitiv måling. Til venstre: enkeltelektrode mot vegg, i midten: parallelle staver og til høyre: koaksiale elektroder.

tåler kraftig vask og høye temperaturer, noe som kreves for rengjøringprosedyrer innen næringsmiddelindustrien.

8.3.5 Kapasitiv nivåmåling

Kapasitansen mellom to elektroder med fast avstand er gitt av elektrodenes areal og dielektrikumet mellom elektrodene. Dette utnyttes til nivåmåling ved at enten elektrodearealet eller dielektrikumet varierer med væskenivået. Det er to hovedprinsipper for kapasitiv nivåmåling: ett for medier som ikke leder strøm, og ett for ledende medier.

Ikke-ledende medier

Dielektrisitetskonstanten for faste og flytende stoffer er høyere enn for vakuum. Kapasitansen mellom to elektroder som står vertikalt i en tank, øker derfor når nivået øker og mer av mellomrommet mellom elektrodene fylles med mediet.

Nøyaktig måling forutsetter at mediets dielektrisitetskonstant ikke endrer seg etter at instrumentet er kalibrert. Det er et problem i tørrstoffsammenheng fordi både pakningsgrad og fuktighet varierer.

Det er tre elektrodekonfigurasjoner som er i praktisk bruk: enkeltelektrode mot tankvegg, to parallelle elektroder og koaksiale elektroder.

For en sylinderformet elektrode med radius r i avstand d fra tankveggen



Figur 8.18 – Nivå og grensesjikt målt med transmisjonslinjeradar (tynne linjer) sammenholdt med manuelt avleste verdier.

Strålene går da gjennom fire medier: vann, olje, gass og stål. For hver sensor i er

$$I_{0i}/I = e^{-\mu_g s_g} e^{-\mu_v s_v} e^{-\mu_0 s_0} e^{-\mu_s s_s}$$
(8.18)

eller

$$a_i = \ln(I_0/I) = -\mu_g s_g - \mu_\nu s_\nu - \mu_o s_o - \mu_s s_s \tag{8.19}$$

Her er det tre ukjente – s_g , s_o og s_v , men radiusen er kjent, og vi kan fjerne den ene ukjente, for eksempel $s_v = R - s_g - s_o$. I en råoljeseparator er det i praksis flere faser: sand, vann, olje-vannemulsjon, olje, skum og gass.

Beregningene kompliseres av at noen stråler (de mest vertikale) går gjennom alle sjikt, mens andre (de mest horisontale) bare går gjennom noen få.

9 Strømning

9.1 Mediets viktigste egenskaper

Det engelske ordet *fluid* dekker alle flytende og gassformige medier. På norsk har vi ikke et tilsvarende ord. I det følgende brukes både *væske* og *fluid* som betegnelse på væsker og gasser.

Som vi skal se, er det mange tilstander i en væske som kan utnyttes til å måle strømning. Det er også mange egenskaper ved væska som kan påvirke valg av målemetode og målerens nøyaktighet. De viktigste er: *Tetthet:* Mediets tetthet er:

$$\rho = m/V \tag{9.1}$$

hvor V er et volum og m volumets masse. Tetthetens dimensjon er kg m⁻³. Noen ganger brukes også spesifikt volum:

$$V_s = 1/\rho \tag{9.2}$$

med dimensjonen m 3 kg $^{-1}$. Tettheten påvirkes av trykk og temperatur, spesielt mye i gasser.

Termisk utvidelseskoeffisient: Angir hvor mye fluidet utvider seg med temperaturen ved konstant trykk:

$$\beta = \frac{1}{V} \frac{\Delta V}{\Delta T} = \frac{1}{\rho} \frac{\Delta \rho}{\Delta T} \quad \rightarrow \quad \Delta V = V \beta \Delta T \tag{9.3}$$

hvor ρ er væskas tetthet. For ideelle gasser følger dette av gassloven (V = nRT/p). For vann er koeffisienten liten, og den skifter fortegn omkring 4 °C og øker med stigende temperatur. For oljer er den betydelig større, men nær

Avsnitt 9.1

uavhengig av temperaturen. For gasser er den så stor at den vanligvis gir viktige bidrag i beregninger.

Kompressibilitet: Væskevolumets trykkfølsomhet ved konstant temperatur er:

$$\kappa = -\frac{1}{V}\frac{\Delta V}{\Delta p} = \frac{1}{p}\frac{\Delta \rho}{\Delta p} \quad \rightarrow \quad \Delta V = V_0 \kappa \Delta T \tag{9.4}$$

hvor p er trykket. Denne parameteren er spesielt betydelig for gass, selv om den ikke alltid kan neglisjeres for væsker.

Viskositet: Viskositeten sier noe om hvor store krefter som må til for å få fluidet til å flyte. Enhetenene for viskositeten μ er den navnløse Pas. Den eldre enheten poise (P) er mer brukt, også den er metrisk. Enhetene for poise er dyn s cm⁻², hvor $1 \cdot 10^5$ dyn er lik 1 N. I praksis brukes cP (cP), 1 cP er det samme som 1 mPa s.

Ofte kalles viskositeten *absolutt* eller *dynamisk* viskositet for å skille den fra *kinetisk* viskositet. Kinetisk viskositet er lik dnamisk viskositet dividert med væskas tetthet $v = \mu/\rho$, og brukes mest når væskestrømmer er drevet av gravitasjonen. Heller ikke kinetisk viskositet har noe navn i SI-systemet, enhetene er for den er m² s⁻¹. Også her brukes vanligvis den eldre enheten stoke (St), med enhetene cm² s⁻¹. 1 m² s⁻¹ er lik 1 · 10⁵ St. Til vanlig brukes størrelsen cSt.

Kraften for å overvinne viskositeten i et væskesjikt er proporsjonal med hastighetsendringen gjennom sjiktet dividert med sjikttykkelsen:

$$F = \mu A \frac{\Delta \nu}{\Delta x} \tag{9.5}$$

Denne skjærkraften øker med økende viskositet og areal. Skjærhastigheten angir hvor fort det skjer:

$$\tau = \mu \frac{\Delta v}{\Delta x} \quad \rightarrow \quad \tau = \mu \frac{dv}{dx}$$
(9.6)

Luftoppløselighet: I tillegg til å danne gassbobler kan gassmolekyler løses opp i væsker. Luftoppløseligheten i væsker er proporsjonal med trykket. For vann under standardbetingelser (normalt trykk og temperatur) er den omkring 2%. Oppløseligheten avtar med økende temperatur. Oppløst luft og andre gasser bobler ut av væska ettersom temperaturen øker. Enkelte måleprinsipper kan gi store målefeil dersom væska avgir mye bobler. *Fuktighet:* I gasser virker fuktighet inn på gassens tetthet. Tørr luft under standardbetingelser er for eksempel omkring 1% tyngre enn luft mettet med vanndamp. *Flerfasestrøm:* De to fasene væske og gass kan opptre samtidig i en strøm, og det er et problem for de fleste måleprinsipper. *Trefasestrøm* er et begrep i oljeindustrien, og her er komponentene vann, olje og gass. Fast stoff er også en fase. I væskestrøm er det gjerne bunnfall og andre partikler som ikke minst vedlikeholdsmessig gir problemer. Partikler kan også være selve produktet, for eksempel plastgranulat, og da stilles det krav til primærelementene slik at alle partiklene slipper forbi.

Pulserende strøm: Strømningsmålere kan av flere årsaker være følsomme for hurtigvarierende strøm. Ulineær karakteristikk gir avvik mellom målt og virkelig middelverdi, hastighetsprofilet kan endres og komponenter i måleren kan vibrere eller være for trege til å følge med.

9.2 Gassers tetthet

Det er vanlig å kalibrere strømningsmålere for gass etter volumstrøm ved normalt trykk og temperatur (NTP), mens forholdene i et prosessrør der strømmåleren sitter, kan være noe helt annerledes. Siden gasser er kompressible, varierer sammenhengen mellom masse- og volumstrøm med forholdene. Hvis målestedet er under trykk, er det også vanlig å ønske et mål for tilsvarende strømning ved normalforhold, og derfor må vi kunne regne om mellom strømning under normalbetingelser og aktuelt arbeidspunkt.

Normalbetingelser er definert med en referansetemperatur og -trykk, men referansepunktene er forskjellige for forskjellige fagfelt. I metriske miljøer er normalbetingelsen vanligvis en kombinasjon av 0 °C, 20 °C eller 25 °C; og 1 bar (100 kPa) eller 1 atmosfære (101,325 kPa).

Gassloven for ideelle gasser er:

$$pV = nRT \rightarrow V = \frac{nRT}{p}$$
 (9.7)

der *p* er trykk , *V* volum, *n* antall gassmolekyler (mol) (m/n er kg mol⁻¹), *R* gasskonstanten (8,314 JK⁻¹ mol⁻¹) og *T* absolutt temperatur. Tettheten er forholdet mellom masse og volum, $\rho = m/V$. Vi setter inn volumet fra ligningen over og får:

$$\rho = \frac{mp}{nRT} \tag{9.8}$$

Massestrømmen w er produktet av tetthet og volumstrøm:

$$w = \rho q = \frac{mP}{nRT}q \tag{9.9}$$

Avsnitt 9.2

205

Eksempel 9.1: Vi måler en luftstrøm på $2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ ved normalt trykk og temperatur, som her er 0 °C og 1 atm. Molvekten (m/n) for luft er 28,9 $\cdot 10^{-3}$ kg. Massestrømmen er da:

$$w = \frac{mp}{nRT}q = \frac{28.9 \cdot 10^{-3} \cdot 101 \cdot 10^{3}}{1 \cdot 8.314 \cdot 273} 2 \cdot 10^{-3} = 2.58 \,\mathrm{g \, s^{-1}}$$

Eksempel 9.2: Måleren i eksempelet over flyttes til et prosessrør hvor den også måler volumstrømmen $2 \cdot 10^{-3}$ m³ s⁻¹, men nå er trykket 3 bar og temperaturen 200 °C. Mediet er luft. Hva er massestrømmen?

$$w = \frac{28,9 \cdot 10^{-3} \cdot 3 \cdot 10^{5}}{1 \cdot 8,314 \cdot 473} 2 \cdot 10^{-3} = 4,4 \,\mathrm{g \, s^{-1}}$$

Når vi kjenner gassens tetthet ved en tilstand, kan vi regne direkte over til et annet arbeidspunkt ved å beregne forholdet mellom tetthetene:

$$\rho_1 = \frac{mp_1}{nRT_1} \qquad \rho_2 = \frac{mp_2}{nRT_2} \qquad \rightarrow \qquad \rho_2 = \rho_1 \frac{T_1 p_2}{T_2 p_1} \tag{9.10}$$

Eksempel 9.3: Forholdene er de samme som over: Volumstrømmen $2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$, trykket 3 bar og temperaturen 200 °C. $\rho_2 = \frac{273 \cdot 3 \cdot 10^5}{473 \cdot 101 \cdot 10^3} = 1,71 \rightarrow w_2 = 1.71 w_1 = 1.71 \cdot 2,58 = 4,4 \text{ g s}^{-1}$

9.3 Strømningsbildet

9.3.1 Reynoldstallet

Et sentralt forhold innen væskemekanikk er *reynoldstallet*. Det er et dimensjonsløst tall som uttrykker forholdet mellom treghets- og skjærkreftene i væska. Treghetskreftene i en væske er proporsjonal med masse ($\propto \rho$) og midlere hastighet $v, F_t = \rho v^2 L^2$. Her er *L* en karakteristisk lengde. Skjærkreftene i en væske er proporsjonal med dynamisk viskositet og midlere hastighet, $F_s = \mu v L$. Reynoldstallet er da:

$$\operatorname{Re} = \frac{\rho v^2 L^2}{\mu v L} = \frac{\rho v L}{\mu} = \frac{v L}{v}$$
(9.11)

Konvensjoner innen aktuelle anvendelsesområder angir hvilken lengde *L* representerer. For runde rør brukes diameteren, slik at:

$$\operatorname{Re} = \frac{\rho v D}{\mu} = \frac{v D}{v} \tag{9.12}$$

For andre strømningstverrsnitt brukes gjerne den *hydrauliske* diameteren D_H . Den er gitt som $D_H = 4A/P$, hvor A er strømningstverrsnittet og P den fuktede omkretsen, målt der væska er i kontakt med rør eller renne. For en rektangulær renne med bredde B og vannstand h er A = Bh og P = B + 2h, derav $L = D_H = 4Bh/(B + 2h)$.

Av formlene over ser vi at treghetskreftene øker mer med hastigheten enn det skjærkreftene gjør. Skjærkreftene dominerer ved lave hastigheter og treghetskrefter ved høye. Når skjærkreftene dominerer, strømmer hvert væskeelement i rett bane, og vi får laminær strømning. En laminær strøm oppfører seg som en rekke væskesylindre med like tykke vegger. Den ytterste sylinderen vil gli i forhold til rørveggen, mens sylindrene innenfor glir i forhold til sine nabosylindre. Hastigheten øker derfor mot sentrum. Samtidig er arealet på de innerste sylindrene lite, slik at de mottar lite kraft fra trykket som driver det hele. Mot sentrum beveger sylindrene seg derfor mindre i forhold til hverandre. For en laminær strøm er hastighetsprofilet gitt av en parabelfunksjon, hvor midlere hastighet er halvparten av maksimalhastigheten som opptrer i rørets senter.

Når hastigheten øker og treghetskreftene dominerer, går strømningen over fra å være laminær og velordnet til en turbulent strøm. I en turbulent strøm beveger væskeelementene seg kaotisk på kryss og tvers, og de er i kontakt med rørveggen bare i korte øyeblikk.

En turbulent strøm blir derfor mer konstant over tverrsnittet, og maksimalhastigheten er bare litt større enn midlere hastighet. Ofte regnes forholdet å være omkring 1,2.

Generelt veksler strømning mellom laminær og turbulent i reynoldstallområdet fra 2000 til 3000. Figur 9.1 viser hvor stor omslagshastigheten er for rør avhengig av diameter.

9.3.2 Beregning av strømprofil

Laminær strøm

En laminær strøm kan vi forestille oss som en rekke tynnveggede sylindere som fyller opp røret og beveger seg i forhold til hverandre. Hele strømmen drives fremover av trykkforskjellen mellom rørendene. For en kort bit av



eksempel at motorolje, vann og melk er tilnærmet newtonske væsker, mens tjære og stivelse er typiske ikke-newtonske.

Temperaturen har stor innflytelse på viskositeten. For væsker avtar viskositeten med økende temperatur, mens den øker for gasser. Noen eksempler på dette er gitt i figur 10.8 og 10.9. Ved viskositetsmålinger er det derfor ofte viktig at temperaturen holdes konstant, eller at variasjoner kompenseres for. Viskositetsmålinger med henblikk på regulering har interesse der sluttproduktets viskositet er en direkte karakteriserende egenskap, for eksempel smøreoljer og salatdressinger. Viskositeten i ikke-newtonske væsker avhenger av tilstanden i væska, og det er derfor viktig å opprettholde like forhold under måling, for eksempel at strømningshastighet forbi målestedet er konstant.





Figur 10.10 – Viskositetsmåler for prøvetaking.

Figur 10.11 – Viskositetsmåler for plassering i prosessen.

10.2.1 Noen målemetoder

Ut ifra definisjonen av viskositet, ligning 9.5, på side 204, ser vi at den kan måles ved å påtrykke væska en konstant skjærhastighet og måle skjærkraften, eller omvendt. Figur 10.10 viser en realisering av det første prinsippet. Væska som måles, strømmer gjennom en målekopp, der en sylinderformet spindel roterer med konstant hastighet. Hastighetsgradienten mellom koppens vegg og sylinderen gir et moment som måles. Momentet er et uttrykk for viskositeten. Overløpet holder nivået i koppen slik at spindelens fuktede overflate er konstant.

En litt annen utforming av samme prinsipp er vist i figur 10.11. En plate drives av en motor med konstant hastighet, og med radielle slisser presses stadig ny væske inn mellom den og en stillestående plate. Begge platene står i prosesstrømmen, og den stillestående platens moment er et uttrykk for viskositeten. Avstanden mellom platene kan justeres for å endre måleomfanget. Måleomfanget for denne typen er fra omkring 10 til 1500 cP.

Det tredje prinsippet som skal nevnes her, baserer seg på en stang som stikker inn i prosessmediet. Enden av stangen er en kule som enten roterer eller torsjonsvibrerer. Momentet er igjen et uttrykk for viskositeten. Slik viskositetsmåler brukes for eksempel for å tilsette korrekt mengde vann til sement.



Figur 10.12 – Viskositet som funksjon av fiberkonsentrasjon.



Figur 10.13 – Konsistensmåler basert på draget i en finne.

10.3 Konsistens

Begrepet konsistens har i papir- og celluloseindustrien fått betydningen *prosent fast stoff i suspensjon*, til tross for at den egentlige betydningen av konsistens er dynamisk viskositet. Det skyldes at det er en sammenheng mellom suspensjonens tilsynelatende viskositet og konsentrasjonen av fast stoff i suspensjonen. I figur 10.12 er det vist hvordan sammenhengen kan se ut. Minimumspunktet varierer med fibrenes lengde og overflatebeskaffenhet.

10.3.1 Noen målemetoder

Vanlige viskositetsmålere kan nyttes, men det benyttes helst utgaver spesielt utviklet for å måle konsistens.

Mekaniske prinsipper

Figur 10.13 viser et prinsipp hvor en finne står inne i væskestrømmen, som bør ha et rolig strømningsbilde. Med riktig utforming av finnen er kraften på den proporsjonal med viskositeten til væska som flyter forbi, noe avhengig av strømningshastigheten. Måleren monteres derfor et sted i prosessen hvor hastigheten ikke varierer mye. Skjærkreftene gir et drag i finnen som kan måles med en kraftmåler ved festet.

I stedet for å la finnen stå stille kan den beveges på tvers av strømmen som i figur 10.14. En elektromagnet trekker i en arm på finnen, slik at den svinger



Figur 10.14 – Slagbasert konsistensmåler.



Figur 10.15 – Konsistensmåling ved reflektert lys.

om opplagringspunktet. Finnen beveger seg nedover og skjærer gjennom væska. Med konstant påført kraft er finnens hastighet gitt av skjærkreftene, og altså viskositeten.

Optiske metoder

Partiklene i suspensjonen absorberer og reflekterer lys. Etter Beers lov er absorpsjonen en funksjon av partikkelkonsentrasjonen. Det gjelder også refleksjonen. Konsistensen varierer med tørrstoffet i væska, og det er derfor rimelig at den kan måles med reflektert eller absorbert lys. Figur 10.15 viser et prinsipp hvor lys reflektert like ved rørveggen og et stykke ute i strømmen måles. Forholdet mellom lysintensitetene er et uttrykk for konsistensen.

Mikrobølger

Dette prinsippet minner om de som brukes for fuktighetsmåling, se avsnitt 13.2.1, men her er det tørrstoff i vann som skal måles. Tørrstoffet, gjerne cellulose- og trefibre, har mye lavere dielektrisitetskonstant enn vann og gir utslag i den komplekse dielektrisitetskonstanten. Fasedreiningen av bølger sendt på tvers av prosessrøret varierer dermed med tørrstoffkonsentrasjonen.

11 Væskeanalyse

11.1 Potensiometriske metoder

For måling av pH og annen ionekonsentrasjon er målesignalet spenningsdifferansen (potensialet) mellom en indikatorelektrode og en referanseelektrode. Indikatorelektroden er følsom for de ionene vi er interessert i å måle. Den får et potensiale i forhold til mediet, som varierer med ionekonsentrasjonen. Referanseelektroden gir oss en pålitelig elektrisk kobling til væska. I kombinasjonselektroder er indikator- og referanseelektroden bygget sammen i én enhet.

Kjernen i potensiometriske målemetoder er Nernsts formel, se kapitteltillegget i avsnitt 11.5.1. Den sier at spenningen mellom elektrodene varierer lineært med logaritmen til ioneaktiviteten *a*. Ioneaktiviteten er produktet av ionekonsentrasjonen og ionenes spesifikke aktivitet γ . Konsentrasjonen måles i mol/kg vann. For lave konsentrasjoner er $\gamma = 1$, og aktivitet blir det samme som konsentrasjon.

11.1.1 Mediets innvirkning på målingen

For tynne løsninger er aktiviteten i utgangspunktet nær det samme som konsentrasjonen. Det er gjelder for mange syrer og baser hvor mesteparten av molekylene er dissosiert, eksempelvis saltsyre, $HCl \implies H^+ + Cl^-$, hvor likevekten er helt mot høyre. For svake syrer og baser, mange av dem or-

ganiske, er bare litt av stoffet ionisert. Da er hydrogenionkonsentrasjonen¹ mye lavere enn syre- eller basekonsentrasjonen skulle tilsi, og aktiviteten tilsvarende lav.

Selv om en sterk syre har høy aktivitet ved tynne løsninger, kan aktiviteten avta med høyere konsentrasjon. Aktiviteten påvirkes blant annet av temperatur, ionestyrke, ionestørrelse og dielektrisitetskonstant. Dielektrisitetskonstanten gjør at elektrodespenningen kan variere mye mellom vann, olje og løsemidler.

Vi har at aktiviteten er konsentrasjonen *c* multiplisert med aktiviteten γ . Aktiviteten kan vi igjen dele i en salteffekt γ^s og en mediumeffekt γ^m , slik at $a = c\gamma^s\gamma^m$.

Mediumeffekten: stammer først og fremst fra kjemiske og elektrostatiske effekter mellom molekylene og varierer med væska vi måler i. Hydrogenaktiviteten er for eksempel 200 ganger større i etanol enn i vann. Elektrodene kalibreres i vannløsning, og målingene stemmer derfor ikke når de brukes i andre væsker.

Salteffekt: Denne effekten er en funksjon av den totale ionestyrken i væska:

$$\lg(\gamma^s) = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{I}}{1 + 3\sqrt{I}} \tag{11.1}$$

Ionestyrken er definert ved:

$$I = \frac{1}{2}(c_1 z_1^2 + c_2 z_2^2 + \dots)$$
(11.2)

hvor c_i er den molare konsentrasjonen av stoff i og z_i ionets ladning.

Eksempel 11.1: Saltinnholdet av sjøvann tilsvarer omkring 30 g per kg vann. Saltet dissosierer til Na⁺ og Cl⁻, og formelvekten av NaCl er 23 + 35,5 = 58,5. Mengden av hvert ion er 30/58,5 = 0,51 mol kg⁻¹, og ionestyrken $I = \frac{1}{2}(0,51 \cdot 1^2 + 0,51 \cdot 1^2) = 0,51$. Salteffekten blir da:

$$\lg(\gamma^s) = -\frac{1}{2} \frac{\sqrt{0.51}}{1 + 3\sqrt{0.51}} = -0.114 \quad \rightarrow \quad \gamma^s = 0.77$$

¹Hydrogenionet kan betraktes som fritt eller bundet til et vannmolekyl, og derfor er det to betegnelser på ionet: hydrogen- og hydroniumion. Noen liker den ene og noen den andre betegnelsen.

som igjen er proporsjonal med oksygenets partialtrykk. Når det ikke er oksygen til stede, flyter det heller ingen strøm.

Et svakt punkt er membranen, fordi dens diffusjonsegenskaper er en betydelig faktor. For det første er diffusjonen sterkt temperaturavhengig, men membranen kan også tilstoppes av partikler, belegg, algevekst og så videre. I stillestående vann blir oksygenet tett inntil membranen brukt opp, og måleverdien blir for lav. I vann krever oksygensensoren en minimum vannhastighet for å gi representative målinger. Vekst av mikroorganismer på membranen forbruker eller produserer oksygen, og oksygentrykket på membranen kan derfor være ulik det i væska.

Inkludert temperaturavhengigheten er målesignalet gitt av

$$p_{O_2} = I \alpha^{\beta/T} \tag{11.13}$$

hvor *I* er målt strøm, α og β konstanter og *T* absolutt temperatur. Ved romtemperatur er temperaturkoeffisienten omkring 3 til 4% °C⁻¹. Den store temperaturavhengigheten gjør det nødvendig med temperaturkompensasjon selv ved små temperaturendringer rundt nominell verdi. Oksygensensorer av denne typen har som regel innebygget temperaturføler og forsterker med innebygget temperaturkompensasjon. Etter at polarisasjonsspenningen er koblet til, kan det ta noen timer før målesignalet har stabilisert seg.

Elektrolytten i målecellen kan byttes ut når sensoren begynner å bli «sliten». Det er viktig å passe på at cellen er fylt med riktig mengde elektrolytt og ikke inneholder luftbobler når membranen skrus på igjen. I motsatt fall blir det mekaniske spenninger i membranen som gir langtidsdrift. Luftbobler fører også til uheldige mekaniske membranspenninger ved økende temperatur.

Denne sensortypen egner seg for måling både i gass og av oppløst oksygen i vann, men i gass gir galvanisk måleprinsipp, se avsnitt 12.1.5, bedre nullpunktsstabilitet.

11.4.2 Optisk oksygenmåler

En typisk optisk oksygenmåler baseres på oksygenavhengig luminescens. En film belyses med blått lys, atomer i filmen eksiteres og sender ut rødt lys når de faller tilbake. Men de eksiterte atomene kan også miste energi hvis de kolliderer med andre spesielle atomer, og da sender de ikke ut lys. I filmene for oksygenmåling kan energien tapes under kollisjon med oksygenmolekyler, og luminescenslyset blir svakere når oksygenkonsentrasjonen i filmen øker. Effekten er ulineær ved høye oksygenkonsentrasjoner og egner seg best for bruk i vann.

Filmen består av flere lag: et ytre lag som er diffusjonsåpent for oksygen, men stenger omgivelseslys ute; et luminescerende sensorlag og deretter en gjennomsiktig bærefilm. Oksygen diffunderer inn i sensorlaget og er i likevekt med oksygenkonsentrasjonen utenfor filmen.

Luminescensen er proporsjonal med belysningen og oksygenkonsentrasjonen, men også luminescensens levetid avhenger av oksygenet:

$$c_{O_2} = k \left(\frac{\tau_0}{\tau} - 1\right)$$
 (11.14)

Levetiden er dessuten enklere å måle enn lysintensitetene. k er en konstant, τ levetiden og τ_0 levetiden når det ikke er oksygen til stede.

Levetiden kan måles ved å modulere det blå lyset med en frekvens f og måle faseforskyvningen mellom utsendt og mottatt lys. Faseforskjellen ϕ er gitt av:

$$\tan \phi = 2\pi\tau f \quad \rightarrow \quad \tau = \frac{\tan \phi}{2\pi f} \tag{11.15}$$

Vi setter det inn i 11.14 og får:

$$c_{O_2} = k \left(\frac{2\pi f \tau_0}{\tan \phi} - 1 \right) \tag{11.16}$$

Konsentrasjonen er i mol l^{-1} og kan enkelt regnes om til mg l^{-1} . Med kjennskap til aktuell oksygenmetning kan også relativt oksygeninnhold beregnes.

En fordel med målemetoden er at oksygenet i filmen ikke forbrukes, og at stillestående sjikt utenfor filmen dermed utarmes for oksygen. Det er heller ikke forbruk av elektrolytt, men effektiviteten i sensorsjiktet kan reduseres med tiden. Som for andre oksygensensorer forbruker begroing av biologisk materiale og organismer oksygen. Oksygenkonsentrasjonen i filmen er da ikke lenger representativ for vannvolumet.

11.4.3 Kalibrering

Oksygenmålere kalibreres i partialtrykk, % av metning eller mg oksygen/liter væske. Kalibrering skjer ved å justere nullpunkt og følsomhet i sensorforsterkeren. Sensorer som skal brukes i luft, kalibreres i gass, mens de som skal benyttes i vann, kalibreres i vann. Lekkasjestrømmen i sensorer er så liten at nullpunktet som oftest kan justeres ved å koble fra sensoren. Det

Temp. °C	$S m mg l^{-1}$	p_v bar	Temp. °C	$S m mg l^{-1}$	p_v bar
0	14,62	0,006	22	8,83	0,026
2	13,84	0,007	24	8,53	0,030
4	13,13	0,008	26	8,22	0,034
6	12,48	0,009	28	7,92	0,038
8	11,87	0,011	30	7,63	0,042
10	11,33	0,012	32	7,40	0,048
12	10,83	0,014	34	7,20	0,053
14	10,37	0,016	36	7,00	0,060
16	9,95	0,018	38	6,80	0,067
18	9,54	0,021	40	6,60	0,074
20	9,17	0,023			

Tabell 11.2 – Verdier for oksygenmetning i rent vann, *S*, og partialtrykk av mettet vanndamp p_v . Oksygenmetningen er gitt ved normalt atmosfæretrykk, 1,013 bar.

vil si at vi tvinger strømmen til null. Alternativt kan vi måle i oksygenfritt vann eller gass. Følsomheten må imidlertid kalibreres med et medium hvor vi kjenner partialtrykk, % av metning eller masseinnhold av oksygen. Det er vanlig å benytte friskluft eller vann mettet med luft.

Oksygensensoren måler oksygenets partialtrykk. I tørr, frisk luft er partialtrykket av oksygen 20,95% eller 0,2095 bar ved 1 bar trykk. Ved andre trykk og med fuktig luft er partialtrykket gitt av:

$$p_{0_2} = (p_a + p_o - p_v r_h) 0,2095$$
(11.17)

hvor p_a er atmosfæretrykket, p_o eventuelt overtrykk på målestedet, p_v damptrykket og r_h relativ fuktighet. p_v er temperaturavhengig, se tabell 11.2.

Måling av luftens relative fuktighet kan være upresis. Ved nøyaktig kalibrering kan fuktigheten fjernes ved å føre den gjennom en kolonne pakket med fuktighetsabsorberende stoff, eksempelvis *silica gel.* Skal sensorens nullpunkt kalibreres, brukes vann med 2 til 5% natriumsulfitt (Na_2SO_3). Det inneholder svært lite oppløst oksygen. Nullpunktet kan også justeres i vannbeholder som er gjennomboblet med nitrogengass het til alt oksygen er drevet av. For bruk i luft kalibreres nullpunktet med nitrogengass med stor renhet.

Eksempel 11.6: Vi har et kalibreringsbad som gjennombobles av 22 °C varm luft med relativ fuktighet 35%. Atmosfæretrykket er 0,96 bar. Når oksygenkonsentrasjonen i badet har stabilisert seg, skal oksygenmåleren kalibreres. Fra tabellen har vi 0,026 bar damptrykk. Oksygenets partialtrykk er da $(0,96 - 0,026 \cdot 0,35)0,2095 = 0,199$ bar. Oksygenmåleren justeres slik at den viser 0,199 bar eller $100 \cdot 0,199/0,2095 = 95\%$. Luften som bobles gjennom vannet, blir raskt mettet med vanndamp fra vannet. Hvorfor regner vi da med at fuktigheten er 35% og ikke 100%? Fordi oksygenets partialtrykk ved likevekt ikke endrer seg når fuktigheten stiger. Det er fremdeles det samme som i inntaksluften.

I enkelte situasjoner ønskes målesignalet skalert som konsentrasjon, mgl^{-1} . Rent vann mettet med tørr luft har oksygeninnhold gitt av oppløseligheten³. Oppløseligheten varierer med temperaturen, se tabell 11.2. Dersom trykket avviker fra normaltrykket, må tabellverdien multipliseres med aktuelt trykk.

Eksempel 11.7: Ved 22 °C er oppløseligheten 8,83 mg l⁻¹. I forrige eksempel var atmosfæretrykket 0,96 bar. Derfor må oppløseligheten i dette tilfellet multipliseres med 0,96/1,013, som gir oppløselighet 8,37 mg l⁻¹. På grunn av fuktigheten i luften er virkelig oppløst oksygenmengde 8,37 · 0,199/0,2095 = 7,95 mg l⁻¹.

Oppløseligheten varierer i tillegg til temperaturen også med ioneinnholdet i vannet. Oppløseligheten kan derfor variere en del fra de verdiene som er gitt i tabellen. Denne usikkerheten gjør at målesignaler kalibrert i mg l^{-1} , kan være upresise.

11.5 Kapitteltillegg

11.5.1 Nernsts formel

Anta at vi har en kjemisk reaksjon:

 $aA + bB + \dots + ne \Longrightarrow cC + dD + \dots$ (11.18)

hvor store bokstaver representerer formler for de ladede eller uladede molekylene som inngår i reaksjonen, ne antall elektroner som inngår, og de små bokstavene støkiometriske koeffisienter. Nernst fant at det elektriske

³Forutsatt at vannet er i likevekt etter trykk- eller temperaturendringer, avviker oppløst oksygen transient fra tabellverdiene.

potensialet for en elektrodereaksjon etter denne formelen var:

$$U = U_0 - \frac{RT}{nF} \ln \frac{[C]^c \gamma_C[D]^d \gamma_D \cdots}{[A]^a \gamma_A[B]^b \gamma_B \cdots}$$
(11.19)

hvor *R* er gasskonstanten (8,314), *T* absolutt temperatur og *F* Faradays konstant (96,48 \cdot 10³). *U*₀ er *standardpotensialet* for den aktuelle reaksjonen. Standardpotensialet avhenger av temperatur, elektrodemateriale og ionene i væska. For væsker er tallene i hakeparenteser stoffets konsentrasjon, i gasser er de partialtrykk. *y* er stoffets spesifikke aktivitet og angir avvik fra ideelle forhold. Aktiviteten er *y* multiplisert med konsentrasjonen. I tynne løsninger og gasser under moderat trykk er *y* = 1, og:

$$U = U_0 - \frac{RT}{nF} \ln \frac{[C]^{c}[D]^{d} \cdots}{[A]^{a}[B]^{b} \cdots}$$
(11.20)

Elektrodespenningen er en funksjon av ionekonsentrasjonene og en konstant spenning. Ved å innføre den briggske logaritme, i steden for den naturlige (multiplisere med 2,303) og sette inn for R og F, får vi:

$$U = U_0 - 198.3 \cdot 10^{-6} \frac{T}{n} \lg \frac{[C]^c [D]^d \cdots}{[A]^a [B]^b \cdots}$$
(11.21)

og ved 25 °C, 298 K:

$$U = U_0 - \frac{0,0591}{n} \lg \frac{[C]^c[D]^d \cdots}{[A]^a[B]^b \cdots}$$
(11.22)

Eksempel 11.8: En kadmiumelektrode står i en 0,01 mol løsning ved 25 °C. Reaksjonen er:

 $Cd^{2+} + 2e \Longrightarrow Cd$

For denne reaks jonen er standard elektrodepotensiale -0,403 V ved 25 °C, og elektrodepotensial et blir:

$$U = U_0 - \frac{0,0591}{n} \lg \frac{1}{[Cd^{2+}]} = -0,403 - \frac{0,0591}{2} \lg \frac{1}{0,01} = -0,462$$

Litteraturhenvisninger

Galster (1991) beskriver prinsipper og anvendelse av pH-elektroder ganske grundig uten å gå for dypt inn i termodynamikken. Han kommer også inn på

Avsnitt 11.5

noen av de måleproblemene som opptrer ved måling i jord- og slamprøver, noe vi hendig har utelatt her. Durst (1969) og Camman (1979) omhandler ioneselektive elektroder. Prinsipper og bruk av polarografiske oksygensensorer er behandlet i Gnaiger og Forstner (1983) og Fatt (1976). Den som måtte ønske en nøyaktig formel for sammenheng mellom saltholdighet og ledningsevne i sjøvann, finner den i Ribe og Howe (1975). Beskrivelse av laboratoriebaserte kjemiske analysemetoder finnes i mange bøker. Skoog, West og Holler (1992) konsentrerer seg om det kjemiske grunnlaget, Skoog og Leary (1992) om analyseinstrumenters virkemåte og bruk. Du finner en del om representativ prøvetaking i Olsen (2014).



Figur 13.12 – Radioaktiv måling av fuktighet i silo. Til høyre: radioaktiv måling av fuktighet og massetransport på bånd.

Radioaktivitet

Nøytroner egner seg for måling av fuktighet i masse. Prinsippet er å sende ut raske nøytroner, for de mister fart hvis de kolliderer med hydrogenatomer. Intensiteten av mottatte langsomme nøytroner er et uttrykk for konsentrasjonen av hydrogenatomer i området. For mange vareslag er det vann som dominerer hydrogenkonsentrasjonen. Da er mottatte langsomme nøytroner et mål på fuktighet. Både fritt vann, krystallvann, damp, is og andre hydrogenholdige materialer bidrar til måleresultatet.

Kilden bestråler beryllium med alfapartikler, og alfapartiklene genererer raske (omkring $10^6 \,\mathrm{m\,s^{-1}}$) nøytroner når de treffer beryllium. Nøytronene sendes i alle retninger, og hastigheten reduseres til et par km s⁻¹ ved kollisjon med hydrogen. Enkelte av dem treffer detektoren. Nøytroner kan ikke detekteres direkte, men genererer målbare partikler når de treffer atomer i detektoren.

Sammenmontert kilde og detektor er en vanlig konfigurasjon. De kan monteres i et rør som stikker inn i massen. Men kilde og detektor kan også monteres hver for seg på hver sin side av varestrømmen.

Radioaktive måleprinsipper virker på elementærpartikler og er derfor i all hovedsak uavhengig av temperatur og trykk.

Et måleoppsett er vist øverst i figur 13.12. Kilde og detektor er her montert inne i samme rør. Varierer pakningsgraden, kan stoffets tetthet måles med en radioaktiv tetthetsmåler montert i samme sondehus. For måling på transportbånd er en kombinasjon med en massestrømsmåler nesten alltid nødvendig. Som ved andre radioaktive målinger er metoden spesielt godt egnet i vanskelige miljøer.

13.3 Kapitteltillegg

13.3.1 Fuktighet i luft

Den sentrale fysikken for fuktighet i luft er vannets damptrykk. I et lukket rom med stabil temperatur og stabilt trykk når luften en likevektsfuktighet gitt av vannets damptrykk p_{vm} :

$$p_{\nu m} = A \cdot 10^{\frac{mt}{t+t_n}} \tag{13.3}$$

Denne empiriske formelen gir partialtrykket i hPa (mbar) når temperaturen er i °C. Den er tilstrekkelig nøyaktig for de fleste formål. Vannets damptrykk er metningsgrensen for vanndamp. Mellom -20 °C og 100 °C er parametrene A = 6,1164, m = 7,5914 og $t_n = 240,73$. Og i området 50 til 100 °C er A = 6,005, m = 7,3379 og $t_n = 229,40$ (Vaisala 2013). Partialtrykket avhenger bare av temperatur. Hvor mye luft som er til stede, er uvesentlig.

Relativ fuktighet er forholdet mellom dampens aktuelle partialtrykk p_v og metningstrykket. Forholdet kan også regnes i prosent:

$$\varphi = \frac{p_v}{p_{vm}}$$
 eller $\operatorname{RH} = \frac{p_v}{p_{vm}} \cdot 100\%$ (13.4)

I luft med p_v nås duggpunktet når temperaturen synker til den relative fuktigheten er 100%. Duggpunktstemperaturen finner vi ved å sette $p_{vm} = p_v$ og løse ut temperaturen fra ligning 13.3:

$$t_d = \frac{t_n \log_{10}(p_v/A)}{m - \log_{10}(p_v/A)}$$
(13.5)

13.3.2 Psykrometer

Sprungs psykrometerformel for vanndampens partialtrykket lyder:

$$p_{\nu} = p_{\nu mk} - p \frac{c_p M_l}{H M_{\nu}} (t_{\nu} - t_k)$$
(13.6)

Her er p_{vmk} metningstrykket ved kaldkuletemperaturen t_k , t_v varmkuletemperatur og p lufttrykket. Brøken beskriver avkjølingen av veken. Den øker med luftens varmekapasitet ved konstant trykk c_p og avtar med fordampningsentalpien H. M_l og M_v er molekylvekten for luft og vann (29 og 18). H og c_p varierer med temperaturen, og en mye brukt verdi for brøken er $0,662 \cdot 10^{-3}$. Enheten for trykk kan være det man ønsker, mens temperaturer er i °C eller kelvin. Vi ser at temperaturdifferansen er null når $p_v = p_{vm}$,

Salt	A_0	A_1	A_2	Omr.
CsF	6,20938	-0,143 381	$0,123037\cdot 10^{-2}$	5-80
LiCl	11,2323	-0,008 242 45	-0,214 890 · 10 ⁻³	0-100
$MgCl_2$	33,6686	-0,007 973 97	-0,108 988 · 10 ⁻²	0-99
K_2CO_3	43,1315	0,001 475 23	0	0-30
KI	74,5466	-0,253167	$0,104383\cdot 10^{-2}$	5-90
NaCl	75,5164	0,0398321	-0,265 459 \cdot 10 ⁻²	0-80
KCl	88,6190	-0,193 340	$0,899706\cdot 10^{-3}$	0-90

Tabell 13.1 – Koeffisienter og gyldig temperaturområde, for ligning 13.8 for noen salter. For natriumklorid er $A_3 = 0,2848 \cdot 10^{-4}$, for de andre saltene i tabellen er $A_3 = 0$.

det vil si ved 100% relativ fuktighet. Ved konstant temperatur og trykk er det en lineær sammenheng mellom partialtrykk og temperaturdifferanse.

Kombinert med ligning 13.3 får vi:

$$p_{\nu} = A \cdot 10^{mt_k/(t_k + t_n)} - 0,662 \cdot 10^{-3}(t_{\nu} - t_k)p$$
(13.7)

Ligningene over er basert på fysikk, men det er likevel god grunn til å kalibrere psykrometre.

13.3.3 Likevektspunkt for saltløsninger

Saltløsninger brukes for kalibrering av fuktighetssensorer. En empirisk formel for relativ fuktighet i likevekt over saltløsninger er gitt av (Greenspan 1977):

$$RH = A_0 + A_1 t + A_2 t^2 + A_3 t^3$$
(13.8)

Relativ fuktighet er i prosent, og t er temperaturen i °C, A_0 - A_3 saltspesifikke koeffisienter, se tabell 13.1.

13.3.4 Empirisk formel for fuktighet i tre

Hailwood og Horrobin var de første som beskrev sammenhengen mellom likevektsfuktighet (u) og relativ luftfuktighet ($\varphi \in (0,1)$) med en brukbar ligning. En vanlig form av Hailwood- og Horrobin-ligningen er:

$$u = \frac{1800}{W} \left[\frac{k\varphi}{1 - k\varphi} + \frac{k_1 k\varphi + 2k_1 k_2 k^2 \varphi^2}{1 + k_1 k\varphi + k_1 k_2 k^2 \varphi^2} \right]$$
(13.9)

Konstantene avhenger noe av treslag. Når temperaturen er gitt i $^\circ C$ er de(USDA 2010, s. 82):

$$W = 349 + 1,29t + 1,35 \cdot 10^{-2}t^{2}$$

$$k = 0,805 + 7,36 \cdot 10^{-4}t - 2,73 \cdot 10^{-6}t^{2}$$

$$k_{1} = 6,27 - 9,38 \cdot 10^{-3}t - 3,03 \cdot 10^{-4}t^{2}$$

$$k_{2} = 1,91 + 4,07 \cdot 10^{-2}t - 2,93 \cdot 10^{-4}t^{2}$$
(13.10)

Fuktighetsforhold i biologisk materiale, som tre og korn, er komplisert fordi materialet har en kompleks oppbygging med cellevegger og andre membraner og strukturer vannet kan bindes til eller tiltrekkes av på forskjellige måter. Time (1998) kan være en bra begynnelse for spesielt interesserte.

14 Optiske målemetoder

De optiske målemetodene vi skal ta for oss her, er metoder som benytter optisk fiber eller bildeanalyse. For en optisk fiber utnyttes ytre påvirkning av indre egenskaper i fiberen, eller fiberen brukes til å overføre eksterne fenomener. Bildeanalyse blir mer og mer aktuelt etter hvert som overføringslagrings- og beregningskapasitet øker.

14.1 Optisk fiber

En optisk fiber består av en kjerne og en mantel, begge gjennomsiktige, men med forskjellig brytningsindeks. Lys forplanter seg langsetter kjernen og totalreflekteres ved overgangen til mantelen. Totalrefleksjon forutsetter at lyset treffer overgangen under en maksimal vinkel. Over denne vinkelen forsvinner lyset inn i mantelen og tapes. Fibre har derfor en maksimal åpningsvinkel den aksepterer lys innenfor, og en tilsvarende maksimal vinkel der lyset kan komme ut. Denne maksimale vinkelen kalles *numerisk apertur* (NA). Det er tre substanser med forskjellig brytningsindeks innblandet i dette: luft, kjerne og mantel. Den kritiske vinkelen for totalrefleksjon er:



Figur 14.1 – Lysbrytning i optisk fiber.